

**ANÁLISIS DE UN MODELO DE MERCADO MAYORISTA DE ENERGÍA
DE CORTO PLAZO MEDIANTE TEORÍA DE JUEGOS**

FRANCISCO FERNANDO FRANCO ARBOLEDA

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
PEREIRA
2012**

**ANÁLISIS DE UN MODELO DE MERCADO MAYORISTA DE ENERGÍA
DE CORTO PLAZO MEDIANTE TEORÍA DE JUEGOS**

FRANCISCO FERNANDO FRANCO ARBOLEDA

**Trabajo de grado para optar al título de
Maestría en Ingeniería Eléctrica**

**Director
DIEGO ADOLFO MEJÍA
Máster en Ingeniería Eléctrica
Candidato a Doctor en Ingeniería
Profesor Ingeniería Eléctrica Universidad Antioquia**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
PEREIRA
2012**

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Pereira, Noviembre de 2012

CONTENIDO

	pág
1. INTRODUCCIÓN.	1
1.1 RESUMEN.	1
1.2 BREVE RESEÑA SOBRE LOS MERCADOS DE ENERGÍA ELÉCTRICA.	1
1.3 OBJETIVOS.	2
1.4 ESTADO DEL ARTE.	3
1.5 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO.	4
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.	5
2.1 INTRODUCCIÓN.	5
2.2 CONCEPTOS BÁSICOS DE ECONOMÍA.	6
2.2.1 Curva de demanda.	6
2.2.2 Elasticidad de la demanda.	6
2.2.3 Curva de oferta.	7
2.2.4 Equilibrio de mercado.	8
2.2.5 Beneficio del consumidor (BC).	9
2.2.6 Beneficio del productor (BP).	10
2.2.7 Beneficio social (BS).	10
2.3 TEORÍA DE JUEGOS	11
2.4 MODELOS DE MERCADO OLIGOPÓLICOS.	17
2.4.1 Modelo de Stackelberg.	17
2.4.2 Modelo de Cournot.	18
2.4.3 Modelo de Bertrand.	23
2.5 ALGORITMO DE RELAJACIÓN DE NIKAIDO-ISODA (NIRA).	23
2.5.1 Función de Nikaido-Isoda.	23
2.5.2 Función de respuesta óptima.	24
2.5.3 Algoritmo de relajación.	25
2.6 FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO (OPF).	25
2.7 PODER DE MERCADO.	29
3. MODELO MATEMÁTICO.	33
3.1 INTRODUCCIÓN.	33
3.2 MODELO DE LA DEMANDA.	33
3.3 MODELO DE NASH-COURNOT RESUELTO CON NIRA.	35
3.4 MODELO CON FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO (OPF).	41
3.5 ÍNDICE DE LERNER.	44
4. CASOS DE PRUEBA.	46
4.1 INTRODUCCIÓN.	46
4.2 COMPORTAMIENTO DEL ALGORITMO NIRA.	46
4.3 CASO 1: CASO BASE.	47
4.4 CASO 2: CONGESTIÓN SOBRE LA LÍNEA 7.	52
4.5 CASO 3: RESTRICCIÓN DE RAMPAS DE LA FIRMA 1.	60
4.6 CASO 4: RESTRICCIÓN DE LA CAPACIDAD DE GENERACIÓN DE LA FIRMA 2.	66

4.7 CASO 5: AUMENTO DE LA SENSIBILIDAD DE LA DEMADA.	70
4.8 CASO 6: CASO RESTRINGIDO.	75
4.9 CASO 7: CASO RESTRINGIDO CON AUMENTO EN LA SENSIBILIDAD DE LA DEMANDA.	79
4.10 CASO 8: CASO BASE CON FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO (OPF).	83
4.11 CASO 9: CASO RESTRINGIDO CON FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO (OPF).	87
4.12 CASO 10: CASO RESTRINGIDO CON AUMENTO EN LA SENSIBILIDAD DE LA DEMANDA CON FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO (OPF).	92
4.13 ANÁLISIS GENERAL SOBRE LAS SIMULACIONES.	96
4.13.1 Casos simulados con el modelo de Nash-Cournot resueltos con NIRA.	96
4.13.2 Casos simulados con flujo de potencia óptimo (OPF).	98
 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.	 101
5.1 INTRODUCCIÓN.	101
5.2 CONCLUSIONES GENERALES.	101
5.3 TRABAJOS FUTUROS.	104
 6. BIBLIOGRAFÍA.	 105
 ANEXO A.	 110
A.1 INTRODUCCIÓN.	110
A.2 SISTEMA DE PRUEBA DEL CASO BASE.	110
A.3 SISTEMA DE PRUEBA DEL CASO 6.	116

LISTA DE FIGURAS

	pág
Figura 2.1 Equilibrio de mercado.	9
Figura 2.2 Beneficio social.	11
Figura 2.3 Juego en forma normal para dos jugadores (Bimatriz).	12
Figura 2.4 Juego dinámico con información perfecta.	14
Figura 2.5 Juego dinámico con información imperfecta.	14
Figura 2.6 Juego en forma normal para dos jugadores.	16
Figura 3.1 Modelo de demanda lineal.	34
Figura 3.2 Diagrama de flujo algoritmo NIRA.	40
Figura 4.1 Comportamiento de los precios en el día.	47
Figura 4.2 Comportamiento del parámetro b de la curva de demanda para todos los nodos.	48
Figura 4.3 Comportamiento de los consumos en el día.	48
Figura 4.4 Ventas de la firma 2.	49
Figura 4.5 Generación de las firmas.	50
Figura 4.6 Utilidades de las firmas.	50
Figura 4.7 Índice de Lerner, participación, y diferencia precio costo para la firma 2 en el nodo 2.	51
Figura 4.8 Comportamiento del precio en los nodos, con restricción de capacidad en la línea 7 y en el caso base.	52
Figura 4.9 Comportamiento del consumo en los nodos, en restricción de capacidad en la línea 7 y en el caso base.	54
Figura 4.10 Ventas de la firma 1 al nodo 3 para congestión y caso base.	55
Figura 4.11 Ventas de las firmas al nodo 5 en congestión.	55
Figura 4.12 Ventas de las firmas al nodo 3 en congestión.	56
Figura 4.13 Utilidad de la firma 1 en congestión y caso base.	57
Figura 4.14 Índice de Lerner en el nodo 1 en congestión.	58
Figura 4.15 Índice de Lerner de la firma 2 en el nodo 3.	59
Figura 4.16 Comportamiento del precio en los nodos en restricción de rampas y en el caso base.	60
Figura 4.17 Comportamiento del consumo en los nodos, en restricción de rampas y en el caso base.	61
Figura 4.18 Ventas de la firma 1 al nodo 1, en restricción de rampas y en el caso base.	63
Figura 4.19 Comportamiento de las utilidades de las firmas, en restricción de rampas y en el caso base.	64
Figura 4.20 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, en restricción de rampas y en el caso base.	65
Figura 4.21 Comportamiento del precio en los nodos, en restricción de capacidad y en el caso base.	66
Figura 4.22 Comportamiento del consumo en los nodos, en restricción de capacidad y en el caso base.	67

Figura 4.23 Ventas de la firma 2 al nodo 2, en restricción de capacidad y en el caso base.	68
Figura 4.24 Comportamiento de las utilidades de las firmas, en restricción de capacidad y en el caso base.	69
Figura 4.25 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, en restricción de capacidad y en el caso base.	69
Figura 4.26 Comportamiento del precio en los nodos, con aumento de sensibilidad y en el caso base.	71
Figura 4.27 Comportamiento del consumo en los nodos, con aumento de sensibilidad y en el caso base.	71
Figura 4.28 Ventas de las firmas al nodo 1, con aumento de sensibilidad y en el caso base.	72
Figura 4.29 Utilidades de las firmas, con aumento de la sensibilidad y en el caso base.	73
Figura 4.30 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, con aumento de sensibilidad y en el caso base.	74
Figura 4.31 Comportamiento del precio en los nodos en el caso restringido y en el caso base.	75
Figura 4.32 Comportamiento del consumo en los nodos en el caso restringido y en el caso base.	76
Figura 4.33 Ventas de las firmas al nodo 1 en el caso restringido y en el caso base.	77
Figura 4.34 Utilidades de las firmas en el caso restringido y en el caso base.	78
Figura 4.35 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, en el caso restringido y en el caso base.	78
Figura 4.36 Comportamiento del precio en los nodos en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.	80
Figura 4.37 Comportamiento del consumo en los nodos en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.	80
Figura 4.38 Ventas de las firmas al nodo 1, en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.	81
Figura 4.39 Utilidades de las firmas, en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.	82
Figura 4.40 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.	83
Figura 4.41 Precios en los nodos en el NIRA y en el OPF.	83
Figura 4.42 Consumo total del sistema en el NIRA y en el OPF.	84
Figura 4.43 Generación de las firmas en el NIRA y en el OPF.	85
Figura 4.44 Utilidades de las firmas en el NIRA y en el OPF.	86
Figura 4.45 Beneficio del consumidor en el nodo 2 en el NIRA y en el OPF.	86
Figura 4.46 Precios en los nodos en el caso restringido con OPF.	88
Figura 4.47 Consumos en los nodos en el caso restringido con OPF.	89
Figura 4.48 Beneficio del consumidor en el nodo 5 con NIRA y con OPF.	89
Figura 4.49 Generación de las firmas en el caso restringido con NIRA y con OPF.	90
Figura 4.50 Utilidad de las firmas en el caso restringido con NIRA y con OPF.	91
Figura 4.51 Precio promedio del sistema con NIRA y con OPF.	93
Figura 4.52 Consumo total del sistema con NIRA y con OPF.	94

Figura 4.53 Generación de las firmas en el caso restringido con aumento de sensibilidad con NIRA y OPF.	94
Figura 4.54 Utilidad promedio de las firmas en el sistema en el caso restringido con aumento de sensibilidad con NIRA y OPF.	95
Figura 4.55 Precio en el nodo 5 en los diferentes casos.	97
Figura 4.56 Ventas de la firma 2 al nodo 5 en los diferentes casos.	98
Figura A.1 Diagrama unifilar sistema de prueba.	111

LISTA DE TABLAS

	pág
Tabla 2.1 Clasificación de la demanda según el valor de la elasticidad.	7
Tabla 2.2 Algunas clases de juego.	13
Tabla 2.3 Utilidad de las firmas para diferentes niveles de producción.	21
Tabla 2.4 Precio de mercado para diferentes niveles de producción.	22
Tabla 2.5 Demanda del mercado para diferentes niveles de producción.	22
Tabla 2.6 Incidencia de la firma en el mercado de acuerdo al Lx	31
Tabla 2.7 Incidencia de la firma en el mercado de acuerdo al IBP	32
Tabla 4.1 Consumos en términos de la demanda máxima del nodo.	99
Tabla A.1 Datos de líneas.	110
Tabla A.2 Datos de generación.	111
Tabla A.3 Costos marginales de generación.	112
Tabla A.4 Datos de carga en los nodos.	112
Tabla A.5 Factor de utilización de la demanda durante del día.	112
Tabla A.6 Datos de las curvas de demanda inversa.	113
Tabla A.7 Datos de ángulos en los nodos.	116
Tabla A.8 Datos de líneas caso 6.	116
Tabla A.9 Datos de generación caso 6.	117

1. INTRODUCCIÓN.

1.1. Resumen.

Este trabajo presenta un modelo de mercado mayorista de energía eléctrica de corto plazo, con un horizonte de un día compuesto de sus respectivas horas, fundamentado en el modelo de mercado de Cournot y en la teoría de juegos, donde los participantes del juego son los agentes generadores. Sin embargo, aunque la demanda no es un jugador específico, esta es modelada a través de una curva de demanda que le permite mediante la sensibilidad a cambios en el precio, incidir en la formación del precio. Para determinar el equilibrio de Nash-Cournot del juego, se emplea el algoritmo de relajación de Nikaido-Isoda (NIRA), que convierte el problema de equilibrio en uno de optimización.

Para el análisis, se utiliza un sistema de prueba basado en el sistema Garver, en el cual se establecen diferentes escenarios que representan características de los sistemas eléctricos y de los mercados, que se manifiestan directamente en las variables del sistema, y de manera especial en el poder de mercado de las firmas generadoras en el sistema.

De igual forma se utiliza el flujo de potencia óptimo (OPF), para analizar algunos escenarios y comparar resultados con el modelo de Nash-Cournot.

1.2. Breve reseña sobre los mercados de energía eléctrica.

La liberalización de los mercados eléctricos surge iniciando la década de los noventa en Inglaterra, Noruega y Chile, producto de un cuestionamiento generalizado sobre la eficiencia de los monopolios estatales en las empresas de servicios públicos; se

propuso entonces una reestructuración del sector eléctrico con varias medidas, entre ellas la eliminación de la estructura vertical de la industria eléctrica al separar las actividades de generación, transmisión y distribución, con el fin de atraer la inversión privada y aumentar la eficiencia del sector, con el Gobierno como regulador del sistema [Dyner.2008]. En Colombia la liberalización del sector eléctrico inicia con las reformas hechas por las Leyes 142 y 143 de 1994, las cuales crean entre otros, el mercado mayorista de energía eléctrica, este presenta dos opciones para las transacciones de energía: los contratos y la bolsa, representando el largo y corto plazo respectivamente; dicho mercado es reglamentado por la Comisión Reguladora de Energía y Gas (CREG) [Dyner.2008].

Sin embargo, la liberalización del sector eléctrico ha traído consigo dificultades para su modelamiento y regulación debido a sus características técnicas y económicas, entre estas se encuentran: la imposibilidad de almacenamiento de la electricidad; la inestabilidad del sistema ante cambios súbitos en la carga; los tiempos de retorno de la inversiones y los costos hundidos que eventualmente se pueden presentar; demandas inelásticas al precio, etc [D. la Cruz. 2006].

La creación de modelos que representen diferentes aspectos de los mercados continúa, así como de las técnicas de regulación para los mismos; no obstante, permanecen algunos interrogantes, que determinan los retos o los desafíos de los mercados a futuro, por ejemplo, de acuerdo con [Kirschen.2004], al crear la competencia, la posibilidad de un planeamiento coordinado de todo el sector desaparece, debido a los intereses individuales de cada agente, en consecuencia, es difícil que un sistema con competencia opere mas eficientemente que un sistema centralizado.

1.3. Objetivos.

Objetivo General.

Formular un modelo de mercado de energía de corto plazo con participación activa de la demanda en la formación de los precios, para simular el comportamiento de los agentes del mercado así como de algunas variables y fenómenos asociados al mercado de energía mayorista.

Objetivos específicos.

- Utilizar el Algoritmo de Relajación de Nikaido Isoda (NIRA) para encontrar el equilibrio de Nash-Cournot Normalizado en un modelo de mercado mayorista de energía de corto plazo.
- Observar el comportamiento de los precios, consumos, y ventas en el sistema ante escenarios que simulan fenómenos como: congestión en líneas, capacidad limitada de generación, velocidad limitada de toma y deslastre de carga en unidades térmicas, y aumento de la sensibilidad de la demanda.
- Identificar fenómenos y procesos que favorecen la formación de poder de mercado independientemente del modelo de mercado empleado y formular algunas medidas básicas para tratar de mitigar dicho poder.

1.4. Estado del arte.

Las investigaciones en mercados eléctricos han presentado una evolución notable en las técnicas y conceptos desarrollados en los modelos. Respecto a modelos que utilicen el NIRA, [Molina.2011] proponen un método para determinar los precios de despeje de un mercado Hidrotérmico con restricciones en la red, basado en la solución del equilibrio de Nash-Cournot del mercado mediante la función de Nikaido-Isoda, para contratos bilaterales y bolsa de energía, en ambos casos se analiza el poder de mercado ejercido por los agentes. [Kong.2007] propone una mejora al NIRA para la solución de el equilibrio en juegos no cooperativos, mediante un control lineal en el tamaño del paso de búsqueda del equilibrio. [Huang.2006] presenta una aplicación del NIRA para encontrar el equilibrio en un sistema con restricciones de transmisión, y se analiza la interacción entre los mercado de energía, de servicios auxiliares y los limites de capacidad de transmisión. Adicionalmente, el NIRA es empleado en [Tesser.2009] para determinar el equilibrio del mercado, el cual a su vez permite la solución de una serie de modelos de programación estocástica, necesarios para determinar las políticas optimas en el planeamiento de la generación de una compañía.

De otro lado, en [Bompard.2007] se establece mediante un modelo de equilibrio de función de oferta, que en un mercado de electricidad oligopólico con restricciones de trasmisión, los generadores pueden ejercer poder de mercado alejando al mismo del

equilibrio competitivo; en este contexto un incremento en la elasticidad de la demanda puede mitigar este efecto. [Liu.2006] presenta una metodología empírica para analizar los comportamientos oligopolicos subyacentes en el poder de mercado, basándose en una estimación de las presumidas variaciones de las compañías de generación.

1.5. Estructura del documento.

Este documento se compone de cinco capítulos. Cada capítulo inicia con una breve introducción del tema a tratar en el, y en las secciones siguientes se exponen los temas respectivos.

El capítulo dos presenta los conceptos teóricos necesarios para la comprensión de los modelos matemáticos formulados posteriormente. Inicialmente se exponen algunos conceptos básicos de microeconomía; seguidamente, se plantean los principios básicos de la teoría de juegos y del concepto de equilibrio; posteriormente se presentan conceptos teóricos referentes al algoritmo NIRA, al Flujo de potencia óptimo (OPF) y al poder de mercado.

En el capítulo tres se formula el modelo matemático de Nash-Cournot y su implementación en el NIRA, de igual forma se presenta el modelo matemático para el OPF y el modelo de las medidas de poder de mercado empleadas posteriormente.

El capítulo cuatro presenta los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Nash-Cournot resuelto con NIRA y el OPF a diferentes escenarios, que representan características específicas de los sistemas eléctricos y de los mercados.

El capítulo 5 presenta las conclusiones de la tesis y los posibles enfoques en trabajos futuros relacionados con este. Finalmente, se presentan las referencias bibliográficas y dos apéndices, el primero contiene la información sobre los sistemas de prueba empleados, y el segundo contiene una breve descripción de las condiciones de convergencia del algoritmo NIRA.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

2.1. Introducción.

En este capítulo se presentan algunos conceptos básicos de microeconomía necesarios para estructurar y modelar los mercados; entre estos los conceptos de función de demanda y de oferta, elasticidad de la demanda, precio de equilibrio, y los beneficios del consumidor, del productor y social. En el mismo sentido, se describen algunos modelos de mercado empleados para estudiar mercados con estructuras oligopólicas, entre ellos el modelo de mercado de Cournot, y el modelo de Stackelberg. Con base en lo anterior se define el concepto de poder de mercado, el cual representa un concepto de trascendental importancia en el estudio del comportamiento de los mercados. En este contexto, se presenta la teoría de juegos, la cual representa una herramienta poderosa para analizar el comportamiento de los participantes en un mercado, en el cual el beneficio de cada participante no depende exclusivamente de si mismo; se define entonces el concepto de equilibrio, y en particular el equilibrio de Nash. Con el fin de determinar el equilibrio de Nash para un juego, se presenta la función de Nikaido-Isoda y un algoritmo de relajación, los cuales constituyen el algoritmo de relajación de Nikaido-Isoda, cuya finalidad es convertir el problema de equilibrio en un problema de optimización. Finalmente se presenta el flujo de potencia óptimo, la cual es una herramienta versátil con múltiples usos, entre estos los mercados de energía eléctrica, con esta se pueden obtener los precios en las barras en un sistema eléctrico de potencia, además de los consumos y demás variables de interés para el sistema. De esta manera se tiene una base teórica para modelar y analizar mercados, en especial mercados de energía eléctrica.

2.2. Conceptos básicos de Economía.

2.2.1. Curva de demanda.

Inicialmente se debe mencionar que un mercado es un escenario en el cual a través de unas reglas previamente acordadas, compradores y vendedores interactúan con el fin de intercambiar bienes o servicios. En este contexto, la curva o función de demanda es una curva que relaciona la cantidad demandada de un producto con el precio asociado al mismo, describe la cantidad demandada con cada uno de los precios posibles [Varian.2005], es decir, establece el consumo como función del precio; adicionalmente, determina el precio máximo que un consumidor está dispuesto a pagar por dicho producto. Dicha relación puede ser descrita mediante la ecuación (1), en donde q representa la cantidad consumida y p el precio de mercado.

$$q = f(p) \quad (1)$$

Para la gran mayoría de bienes, la cantidad demandada disminuye conforme el precio del bien respectivo aumenta, es decir, la función de demanda tiene un comportamiento decreciente [Kirschen.2004]. De otro lado, si se expresa la cantidad como función del precio se obtiene la función de demanda inversa (2), esta determina el precio de mercado de un bien ante una demanda determinada del mismo [Varian.2005], adicionalmente le informa al productor como se incrementan los precios del mercado ante una reducción en la producción [Stoft.2002].

$$p = f^{-1}(q) \quad (2)$$

2.2.2. Elasticidad de la demanda.

La elasticidad del precio de la demanda permite establecer el grado de sensibilidad de la demanda ante un cambio en el precio, por ejemplo, cuanto se reduce el consumo ante un incremento leve en el precio [Kirschen.2004]. Esta elasticidad se define como el cambio porcentual en la cantidad dividido por el cambio porcentual en el precio; es decir, se puede expresar como la razón entre el precio y la cantidad multiplicada por la derivada de la función de demanda respecto al precio. La ecuación (3) presenta la elasticidad en forma diferencial [Varian.2005].

$$\varepsilon = \frac{\frac{dq}{dp}}{\frac{q}{p}} = \frac{p}{q} \frac{dq}{dp} \quad (3)$$

Según el valor de la elasticidad precio de la demanda obtenido mediante la relación presentada en (3) para un punto en particular, la demanda se clasifica como se muestra en la tabla 2.1.

Elasticidad	Demanda
$ \varepsilon > 1$	Elástica
$ \varepsilon < 1$	Inelástica
$ \varepsilon = 1$	Unitaria

Tabla 2.1 Clasificación de la demanda según el valor de la elasticidad.

De acuerdo con la relación presentada en (3) y la clasificación presentada en la tabla anterior, se interpreta que cuando una demanda es elástica, la variación en la cantidad demandada es proporcionalmente mayor que la variación en el precio, es decir, existe una sensibilidad de la demanda ante variaciones en el precio; caso opuesto se presenta cuando la demanda es inelástica; según lo anterior, una demanda unitaria implica una variación en proporciones iguales para la cantidad y el precio [Varian.2005], [Kirschen.2004]. Alternativamente, se puede interpretar o relacionar el valor de la elasticidad de la demanda de un bien, con la disponibilidad de sustitutos para dicho bien, en este sentido, una demanda elástica de un bien implica que se dispone de sustitutos para el mismo; y lo contrario en el caso de una demanda inelástica, en este caso en particular, la demanda asume una posición sumisa ante el vendedor, ya que no encuentra fácilmente un sustituto para el bien que este le vende; por ejemplo, la electricidad en el corto plazo puede considerarse como un bien o servicio con una demanda inelástica, dada la carencia de un sustituto para esta [Kirschen.2004].

2.2.3. Curva de oferta.

Se ha definido brevemente en el contexto de los mercados el concepto de función de demanda y de elasticidad de la misma; complementariamente la curva o función de oferta es aquella curva que relaciona la cantidad que se suple de un bien en función

del precio de mercado, como en la ecuación (4). Para la gran mayoría de los bienes, esta función tiene un comportamiento creciente, esto es, frente a un mayor precio de mercado, el productor o productores tratan de incrementar la cantidad que se suple [Kirschen.2004].

$$q = h(p) \quad (4)$$

Por su parte, la ecuación (5) presenta la función de oferta inversa, en esta se expresa el precio de mercado en función de la cantidad que se suple, cada punto de esta curva indica el precio de mercado necesario para suplir la cantidad respectiva.

$$p = h^{-1}(q) \quad (5)$$

Adicionalmente, si los consumidores y los productores no tienen la capacidad de alterar el precio, se dice que el mercado es perfectamente competitivo y el precio de equilibrio del mercado se obtiene al igualar las ecuaciones de demanda y oferta o con sus respectivas inversas [Kirschen.2004].

2.2.4. Equilibrio de mercado.

En las secciones anteriores se han definido las formas para representar la demanda y la oferta en un mercado, en este contexto, el equilibrio de mercado se relaciona con la forma como consumidores (demanda) y productores (oferta) interactúan en un mercado. Si en esta interacción, los participantes en el mercado toman el precio como dado, es decir, el precio no se afecta por las acciones de estos, el mercado se denomina perfectamente competitivo. En un mercado con estas características, la interacción de la demanda y la oferta determina el precio de equilibrio o de despeje de mercado p' para el cual, la cantidad asociada q' que los productores están dispuestos a proveer es igual a la cantidad que los consumidores están dispuestos a adquirir [Kirschen.2004]; lo cual algebraicamente representa la solución de la ecuación (6); y geométricamente el punto donde las curvas de demanda y oferta se cortan, es decir, la coordenada común a ambas curvas, o en otras palabras, el punto donde ningún participante tiene motivos para cambiar de comportamiento.

$$f(p') = h(p') \quad (6)$$

Análogamente, dicho equilibrio puede ser determinado mediante las ecuaciones de demanda y oferta inversas, y en este sentido es la cantidad de equilibrio q' lo que se determina, y tiene una interpretación conceptual, algebraica y geométrica equivalente; como complemento se presenta la figura 2.1

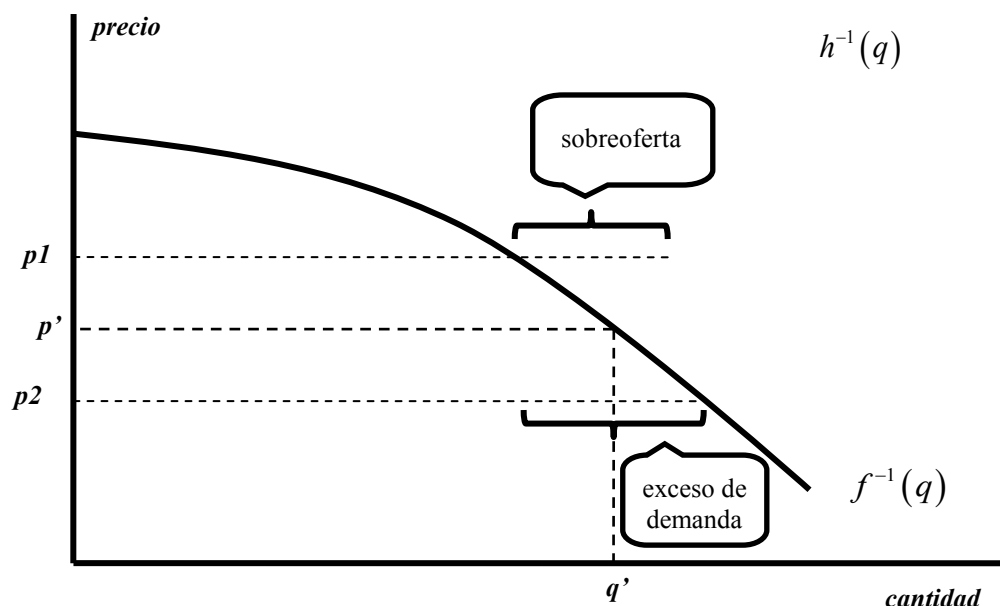


Figura 2.1 Equilibrio de mercado.

Adicionalmente, en la figura 2.1 se puede observar que un precio mayor al precio de equilibrio genera una cantidad de oferta superior que la cantidad que la demanda quiere consumir; caso contrario sucede para un precio inferior que el de equilibrio, es decir, se demanda mas que lo que se ha ofertado.

2.2.5. Beneficio del consumidor (BC).

El beneficio del consumidor representa la magnitud del ahorro que se presenta cuando se compran varias unidades de un bien a un precio constante; aunque el precio de las primeras unidades sea mayor, todas se compran a un precio constante inferior. Geométricamente representa el área entre la curva de demanda inversa y la línea horizontal determinada por el precio del mercado [Kirschen.2004], como se ilustra en la figura 2.2. De acuerdo con [Varian.2005] el beneficio del consumidor también se puede interpretar como la cantidad que se debe pagar a un consumidor para que renuncie a la totalidad de su consumo. Para una función de demanda inversa

como la de la ecuación (2), con un precio de mercado p' y un consumo asociado q' , el beneficio del consumidor (BC) tiene la forma presentada en la ecuación (7).

$$BC = \int_0^{q'} [f^{-1}(q) - p'] dq \quad (7)$$

2.2.6. Beneficio del productor (BP).

De acuerdo con [Kirschen.2004], el beneficio del productor se presenta cuando el precio al cual el productor vende su producción es superior que su costo de oportunidad; en este sentido el productor marginal no obtiene beneficio alguno. Geométricamente, el beneficio del productor representa el área entre la curva de oferta inversa y la línea horizontal del precio del mercado, es decir, el área por encima de la curva de oferta inversa [Varian.2005], como se ilustra en la figura 2.2. Para una función de oferta inversa como la de la ecuación (5), con un precio de mercado p' y un consumo asociado q' , el beneficio del productor (BP) tiene la forma presentada en la ecuación (8).

$$BP = \int_0^{q'} [p' - h^{-1}(q)] dq \quad (8)$$

2.2.7. Beneficio social (BS).

El beneficio social (BS) mide el beneficio total que se presenta en un mercado, y como tal es la suma de los beneficios del consumidor y del productor [Kirschen.2004], lo cual, para un precio de mercado p' y un consumo asociado q' , el beneficio social (BS) tiene la forma presentada en la ecuación (9).

$$BS = \int_0^{q'} [f^{-1}(q) - h^{-1}(q)] dq \quad (9)$$

Como complemento se presenta la figura 2.2.

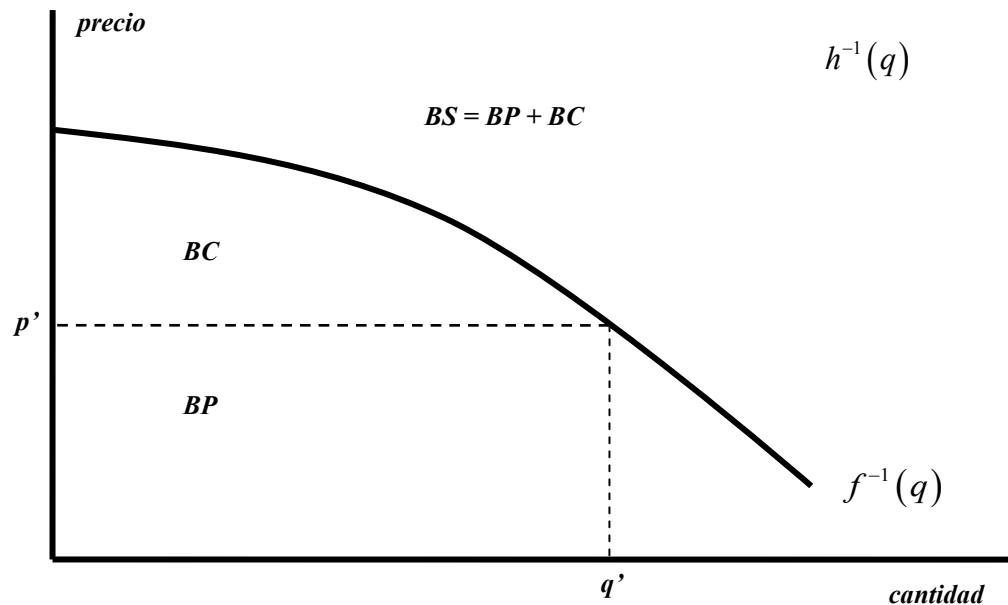


Figura 2.2 Beneficio social.

2.3. Teoría de juegos.

El mercado es el escenario donde consumidores y productores interactúan de acuerdo a reglas previamente acordadas, con el fin de intercambiar bienes y servicios. En este contexto, un mercado en competencia perfecta o competitivo es aquel en el cual, tanto productores como consumidores establecen sus planes de producción y consumo a través de un precio de mercado dado, es decir, ninguno de estos puede alterar mediante acciones unilaterales el precio del mercado [Monsalve.2002]. Tal comportamiento se debe a que en competencia perfecta existen muchos agentes en el mercado y por tanto cada uno tiene poco peso para influir el precio del mismo. En consecuencia, cuando alguno o algunos de los agentes tienen influencia a través de sus acciones sobre el precio de mercado, se dice que la competencia es imperfecta, en este tipo de competencia, los agentes se comportan de manera estratégica en función de sus objetivos, es decir, la decisión tomada por cada agente depende de sus expectativas sobre las decisiones tomadas por los demás agentes [Monsalve.2002] [Kirschen.2004]. Dicha interacción estratégica puede ser estudiada mediante la teoría de juegos, la cual es una herramienta que permite modelar y comprender el comportamiento estratégico de los agentes en el mercado, a través de los juegos en

forma estratégica o forma normal, los cuales se componen de tres elementos fundamentales: los jugadores o agentes, cuyo número permanece constante durante el juego; las estrategias disponibles a cada jugador; y la función de pagos que indica el pago de un jugador, de acuerdo a una combinación de estrategias dada. [Varian.2005] [Monsalve.2002] [Shahidehpour.2002].

De manera formal, un juego finito (número finito de estrategias) en forma estratégica se define así:

Definición: Juego finito en forma estratégica

Un juego finito en forma estratégica (o normal) es una $3n$ -tupla $\Gamma = (N, (C_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$, donde $N = \{1, 2, \dots, n\}$ es el conjunto que indiza los jugadores; C_i es el conjunto finito de estrategias puras para el jugador $i \in N$; $u_i : \prod_{i \in N} C_i \rightarrow \mathbb{R}$ es la función de pagos (utilidad) para el jugador $i \in N$ que asigna un pago (número real) a cada combinación de estrategias (C_1, C_2, \dots, C_n) donde $C = \prod_{i \in N} C_i$ es el conjunto de estrategias conjuntas [Monsalve.2002]

El juego descrito tiene información completa, si el juego es de conocimiento común para todos los jugadores, es decir, si todos los jugadores conocen sus oponentes y las estrategias de los mismos, así como las funciones de pago asociadas a cada uno; en caso contrario, el juego tiene información incompleta [Monsalve.2002]. Como complemento se presenta la figura 2.3 la cual ilustra un juego en forma normal, con dos jugadores, donde las filas indican las estrategias del jugador 1, y las columnas las del jugador 2.

		Jugador 2	
		t	b
Jugador 1	r	(6,2)	(2,6)
	l	(10,10)	(8,2)

Figura 2.3 Juego en forma normal para dos jugadores (Bimatrix)

El juego presentado en la figura 2.3 se compone de los siguientes elementos $N = \{1, 2\}$; $C_1 = \{r, l\}$, $C_2 = \{t, b\}$, $u_1(r, t) = 6$, $u_1(r, b) = 2$, $u_1(l, t) = 10$, $u_1(l, b) = 8$, $u_2(r, t) = 2$, $u_2(r, b) = 6$, $u_2(l, t) = 10$, $u_2(l, b) = 2$. [Monsalve.2002].

Como se ha mencionado, el conocimiento o desconocimiento de la estructura del juego determina un tipo de juego en particular, sin embargo no son estos los únicos tipos de juego que se pueden presentar, en la tabla 2.2 se clasifican algunos juegos y el concepto que determina su clasificación, adicionalmente, es preciso mencionar que un juego puede presentar varias de las características descritas en esta tabla.

Concepto	Clasificación	
Coordinar estrategias, o compartir información entre jugadores.	<i>Cooperativo</i> : Se comparte y se coordina (Coaliciones).	<i>No Cooperativo</i> : No se comparte, no se coordina.
Conocimiento del juego por parte de los jugadores.	<i>Información Completa</i> : Se conoce.	<i>Información Incompleta</i> : Se desconoce.
Cantidad de estrategias	<i>Finito</i> .	<i>Infinito</i> : Al menos un jugador tiene infinitas estrategias.
Tiempo en la toma de decisiones.	<i>Estático</i> : Los jugadores toman decisiones en forma simultánea.	<i>Dinámico</i> : Los jugadores toman las decisiones en forma secuencial, no simultáneamente.
Conocimiento de las acciones jugadas por los demás agentes.	<i>Información Perfecta</i> : Conocimiento de las acciones tomadas por los demás agentes, tanto en el pasado como en el presente.	<i>Información Imperfecta</i> : Desconocimiento de las acciones tomadas por los demás agentes, tanto en el pasado como en el presente.
Periodos de juego.	<i>Un solo periodo</i> : El juego se realiza una sola vez.	<i>Repetido</i> : Se realiza el mismo juego en cada periodo.

Tabla 2.2 Algunas clases de juego.

De acuerdo con la [tabla 2.2](#), según el tiempo en la toma de decisiones los juegos se clasifican en estáticos (simultáneos), los cuales se representan usualmente en forma normal; y dinámicos (secuenciales), para los cuales se requiere una representación en forma extensiva, la cual permite saber adicionalmente, el orden en el que juegan los jugadores (quien primero, quien después.) y la información disponible al momento de jugar (jugadas disponibles; conocimiento sobre lo que los demás jugadores han jugado previamente etc.) [[Varian.2005](#)] [[Monsalve.2002](#)]. Dicha representación usualmente se realiza mediante un gráfico llamado árbol que permite ilustrar la interacción en el tiempo; se compone de nodos y ramas; y no contiene trayectorias cerradas. Los nodos indican los puntos donde se toma una de varias acciones, el inicial se representa por una círculo vacío y define el inicio del juego, los nodos siguientes se representan por círculos llenos. Las ramas interconectan los nodos, y establecen las acciones disponibles para el jugador en ese punto; en los nodos terminales no hay acciones disponibles (ramas) y se especifica el pago a cada jugador [[Monsalve.2002](#)] [[Owen.1995](#)]. Para este tipo de juegos, una estrategia constituye o representa un plan de acción. Como complemento se presentan las figuras [2.4](#) y [2.5](#), las cuales representan el árbol de un juego en forma extensiva con información perfecta e imperfecta respectivamente.

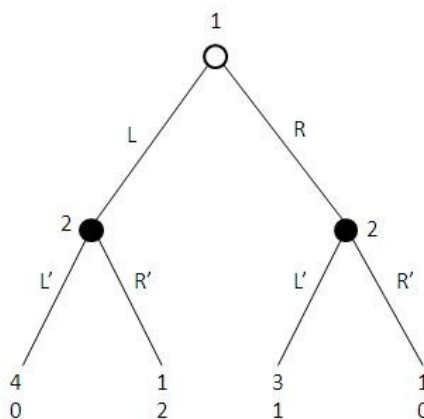


Figura [2.4](#) Juego dinámico con información perfecta.

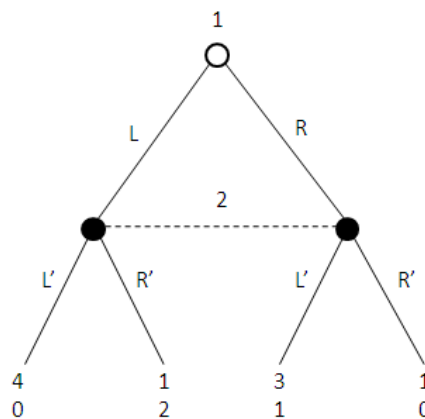


Figura [2.5](#) Juego dinámico con información imperfecta.

En los juegos ilustrados en las figuras [2.4](#) y [2.5](#), el jugador 1 elige primero entre dos acciones, y posteriormente el jugador 2. La línea punteada en la figura [2.5](#) indica que el jugador 2 desconoce las jugadas previas a ese punto y en consecuencia desconoce en cual nodo hacer la elección, comúnmente estos nodos conforman lo que se conoce como conjunto de información en ese momento para el jugador 2 en este caso [[Monsalve.2002](#)].

Las estrategias de los jugadores constituyen uno de los elementos fundamentales en la estructura del juego; en el ejemplo descrito en la figura [2.3](#) cada jugador posee dos estrategias puras, es decir, estrategias que se juegan con certeza o que no involucran

aleatoriedad. Por el contrario, una estrategia mixta es una estrategia que se juega de acuerdo a una distribución de probabilidad establecida por cada jugador sobre las estrategias puras, en consecuencia las estrategias puras son un caso particular de las estrategias mixtas [Monsalve.2002] [Varian.2005]. Existen diferentes formas de solucionar un juego no cooperativo, esto es, determinar la metodología que usan los jugadores para elegir sus acciones y cuáles de estas acciones se van a elegir [Monsalve.2002]. Por lo general, estas formas de solución se fundamentan en la hipótesis de racionalidad de los jugadores, la cual expresa que: *“Los jugadores prefieren estrategias con pagos altos a estrategias con pagos bajos.”* [Monsalve.2002]. Precisamente una de estas formas se basa en el concepto de estrategia dominante, la cual se presenta si un jugador tiene una estrategia que simplemente es mejor que las demás estrategias (dominadas) en cuanto al pago, independientemente de las estrategias que los demás jugadores elijan [Varian.2005]; entonces, si le es posible, un jugador elige una estrategia dominante sobre las demás estrategias; si cada jugador tiene una estrategia dominante, la solución del juego es que cada jugador elija esta estrategia y la solución se denomina equilibrio en estrategias dominantes [Monsalve.2002] [Varian.2005], pues la elección de cada jugador es la mejor independientemente de la elección de los demás; sin embargo este concepto de solución no es siempre aplicable [Monsalve.2002]. No obstante, existen juegos donde una estrategia es mejor o peor que otra en función de lo que los demás jugadores elijan, o juegos donde simplemente no hay estrategias dominantes. En estos casos, la solución del juego viene del concepto de equilibrio de Nash, el cual expresa que la solución, es aquella combinación de estrategias que satisface el hecho que ningún jugador puede mejorar su pago desviándose unilateralmente a otra estrategia, asumiendo que los demás se mantienen en la misma estrategia [Monsalve.2002]; de esta manera, en el equilibrio, la elección de cada jugador es óptima, dadas las elecciones de los demás jugadores [Varian.2005] [Shahidehpour.2002]; sin embargo, es preciso mencionar que el equilibrio de Nash no necesariamente representa la solución óptima del problema. Adicional a la hipótesis de racionalidad, el equilibrio de Nash asume otros supuestos, entre ellos que los jugadores son capaces de ejecutar las acciones elegidas; que aceptan las normas; y suponen la racionalidad en los demás jugadores. En la figura 2.6 se ilustra un juego estático no cooperativo en estrategias puras y su equilibrio de Nash.

		B			
		y ₁	y ₂	y ₃	
A	x ₁	(-30,-2)	(-70,-1)	(-80,-2)	
	x ₂	(-1,-70)	(-35,-35)	(-85,-2)	
	x ₃	(-30,-80)	(-2,-85)	(-2,-2)	Equilibrio de Nash

Figura 2.6 Juego en forma normal para dos jugadores.

Como se observa en la figura 2.6, el equilibrio de Nash del juego es el par de estrategias (x_3, y_3) , dado que para esa combinación de estrategias ningún jugador puede mejorar su pago si decide desviarse (desviación unilateral), mientras el otro jugador sostiene la estrategia previa. El concepto de equilibrio de Nash es ampliamente aplicado, debido a su generalidad, prueba de ello es que los equilibrios en estrategias dominantes también son equilibrios de Nash [Monsalve.2002]. Para un juego finito estático no cooperativo, el equilibrio de Nash en estrategias puras se define así:

Definición: Equilibrio de Nash en estrategias puras para un juego finito.

Sea un juego finito en forma estratégica $\Gamma = (N, (C_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$. Una estrategia pura $c^* = (c_i^*)_{i \in N}$ es un equilibrio de Nash en estrategias puras para el juego Γ si y solo si $u_i(c_1^*, \dots, c_i^*, \dots, c_n^*) \geq u_i(c_1^*, \dots, c_i, \dots, c_n^*) \quad \forall i \in N, \forall c_i \in C_i$. [Monsalve.2002]

No obstante, un juego puede tener múltiples equilibrios de Nash en estrategias puras, o por el contrario tener ninguno. En este caso en particular, es posible que exista el equilibrio de Nash en estrategias mixtas, el cual representa la mejor probabilidad con la que cada agente juega sus estrategias, dadas las probabilidades con las que juegan sus estrategias los demás; en este punto desviarse de la probabilidad de equilibrio no mejora el beneficio de alguno de los agentes [Monsalve.2002] [Varian.2005]. En consecuencia, dada la definición de estrategia mixta, el equilibrio de Nash en estrategias mixtas contiene al equilibrio de Nash en estrategias puras.

Para los juegos infinitos en estrategias puras, el equilibrio de Nash se define de manera similar al equilibrio en juegos finitos [Monsalve.2002] [Debrew.1982], y

análogamente es posible que dicho equilibrio no exista en estrategias puras para juegos infinitos, sin embargo, puede existir en estrategias mixtas [Monsalve.2002] [Fudenberg.1991].

De igual forma que en juegos finitos e infinitos, el concepto de equilibrio de Nash puede aplicarse a diferentes tipos de juego en particular; entre ellos: juegos secuenciales; juegos con información incompleta, en donde por ejemplo, se define el equilibrio Bayesiano, el cual se puede interpretar como una adaptación del equilibrio de Nash a este tipo de juego [Monsalve.2002]; e incluso en juegos con restricciones acopladas, cuya característica es que el espacio de estrategias está restringido, es decir, las acciones elegibles para un jugador dependen de las elecciones de los demás [Contreras.2004], lo cual es una diferencia frente a juegos donde el espacio de acción se define separadamente para cada agente [Krawczyk.2005]. En particular, este tipo de juegos con restricciones acopladas tienen aplicaciones en modelos de control de producción bajo criterios ambientales, y en mercados de electricidad, lo cual va a ser tratado posteriormente.

2.4. Modelos de mercado oligopólicos.

Los mercados oligopólicos son mercados con una estructura en la cual existen varios agentes con poder para influenciar en la formación del precio; sin embargo, los agentes del mercado se afectan por el comportamiento de los restantes. La estructura oligopólica se presenta en diversos mercados y es un intermedio entre la competencia perfecta y el monopolio; dado que en una estructura oligopólica las firmas pueden comportarse de diferentes maneras, existen varios modelos para representarlos [Varian.2005]. Se consideran principalmente tres modelos, el modelo de Stackelberg el cual plantea un juego secuencial en donde un agente líder escoge primero la cantidad o el precio, y después los agentes seguidores reaccionan ante la escogencia del líder. El modelo de Cournot se basa en un juego simultáneo donde los agentes ofertan las cantidades a producir y el modelo de Bertrand por su parte, considera un juego simultáneo en el cual los agentes tienen como variable estratégica el precio.

2.4.1. Modelo de Stackelberg.

Este modelo se basa en un juego secuencial, donde el líder elige una estrategia y los seguidores reaccionan ante ella, esta estrategia puede relacionarse con cantidades o

con precios. Considerando un modelo de Stackelberg en cantidades para un mercado con dos firmas que producen un bien homogéneo (Duopolio), donde la firma 1 es el líder y produce la cantidad q_1 ; la firma 2 responde y elige producir q_2 . Como resultado, la suma de las producciones de las firmas determina la producción total en el mercado y el precio de equilibrio del mismo a través de la función de demanda inversa [Varian.2005]. Con el fin de optimizar su utilidad, la firma 1 tiene en cuenta la reacción de la firma 2, la cual probablemente tiene el propósito de optimizar su utilidad también; en consecuencia, para determinar la función de reacción y tomar una decisión acertada, el líder debe analizar el problema de optimización de utilidades del seguidor (Ingreso - costo), el cual se presenta en (10) y depende de la producción del líder [Varian.2005].

$$\max_{q_2} p(q_1 + q_2) \cdot q_2 - c_2(q_2) \quad (10)$$

De manera análoga se procede en el modelo de Stackelberg en precios.

2.4.2. Modelo de Cournot.

El modelo de Cournot plantea un modelo donde las firmas eligen de manera simultánea la cantidad a producir de un bien homogéneo, teniendo en cuenta el comportamiento de la otra. Para el caso del duopolio, cuando las firmas deciden simultáneamente la cantidad que van a producir, cada una trata de calcular la producción del otro, con el fin de tomar una decisión acertada. Si la firma 1 calcula que la producción de la firma 2 es q_2^e , la firma 1 determina un nivel de producción q_1 que maximiza sus utilidades, como se presenta en (11) [Kirschen.2004].

$$\max_{q_1} p(q_1 + q_2^e) \cdot q_1 - c_1(q_1) \quad (11)$$

De acuerdo con (11), la producción óptima de la firma 1 depende de la producción que esta calcula o espera para la firma 2. Esta relación se describe mediante la función de mejor respuesta (12).

$$q_1 = f_1(q_2^e) \quad (12)$$

La firma 2, procede de forma análoga y establece una función de mejor respuesta similar a la descrita en (12). La función de mejor respuesta determina la producción de una firma en función de sus expectativas de producción de la otra firma, [Varian.2005]; luego el equilibrio de Cournot se alcanza al determinar los niveles de producción que simultáneamente satisfacen las funciones de mejor respuesta descritas en (13).

$$\begin{aligned} q_1^* &= f_1(q_2^*) \\ q_2^* &= f_2(q_1^*) \end{aligned} \quad (13)$$

Las cantidades (q_1^*, q_2^*) constituyen el equilibrio de Cournot; matemáticamente, representan el punto de intersección de las funciones de mejor respuesta; en este punto o equilibrio ninguna firma ve rentabilidad al cambiar su producción, de allí que se plantee que el equilibrio de Nash es una generalización del equilibrio de Cournot [Kirschen.2004], adicionalmente, en este punto cada firma elige de manera óptima producir la cantidad que la otra firma calcula [Varian.2005].

Como complemento se presenta el siguiente ejemplo basado en [Kirschen.2004] y [Varian.2005].

Ejemplo 1:

El escenario presenta un mercado Duopólico donde se compite por el abastecimiento de energía en un sistema uninodal, con una curva de demanda inversa mostrada en la ecuación (14), donde Q representa la demanda de energía eléctrica.

$$p(Q) = 200 - Q \text{ [$/MWh]} \quad (14)$$

Los costos de producción de las firmas se describen en (15) y (16).

$$C_1 = 120q_1 \text{ [\$]} \quad (15)$$

$$C_2 = 130q_2 \text{ [\$]} \quad (16)$$

Según el modelo de Cournot, el mercado es determinado por las producciones de las firmas, es decir, las cantidades producidas son las variables de decisión,

adicionalmente, la demanda debe igualar la producción total, la cual es la suma de las producciones de las firmas. En consecuencia, las utilidades de cada firma están determinadas por las expresiones (17) y (18).

$$u_1(q_1, q_2) = p(Q)q_1 - C_1(q_1) \quad (17)$$

$$u_2(q_1, q_2) = p(Q)q_2 - C_2(q_2) \quad (18)$$

Con el fin de determinar las producciones de equilibrio y en consecuencia el precio del mercado, se plantea la condición de primer orden para las funciones de utilidad (17) y (18) para obtener las funciones de mejor respuesta respectivas presentadas en (19) y (20).

$$q_1 = 40 - \frac{1}{2}q_2 \quad (19)$$

$$q_2 = 35 - \frac{1}{2}q_1 \quad (20)$$

Al resolver el sistema planteado por las funciones de mejor respuesta, (19) y (20) se obtiene:

$$q_1 = 30 \text{ MWh}, \quad q_2 = 20 \text{ MWh}, \quad Q = 50 \text{ MWh}, \quad p = 150 \$/\text{MWh}$$

De acuerdo con estos valores, las utilidades de las firmas son:

$$u_1 = 900 \$, \quad u_2 = 400 \$$$

Como se puede observar, la firma 1 tiene una utilidad superior que la firma 2, debido a que sus costos marginales (derivada de los costos totales) son menores.

En las tablas siguientes, se ilustran los valores de utilidades **Tabla 2.3**; precios **Tabla 2.4** y demandas **Tabla 2.5** para diferentes combinaciones de los niveles de producción de las firmas; una especie de matriz de pagos donde la variable estratégica es la cantidad producida y cada nivel de producción es una acción.

Las filas en estas tablas representan los niveles de producción (acciones) de la firma 1 iniciando en la fila 1 con $q_1 = 5 \text{ MWh}$; e incrementando de acuerdo a los múltiplos de la

producción inicial hasta llegar a la fila 7 con $q_1 = 35$ MWh , de manera análoga para las columnas, las cuales representan la producción o acciones para la firma 2, es decir, columna 1 $q_2 = 5$ MWh , y así sucesivamente hasta columna 7 $q_2 = 35$ MWh .

De acuerdo con la **tabla 2.3**, en la interacción bajo un modelo de mercado de Cournot, La firma 1 maximiza su utilidad cuando esta produce $q_1 = 35$ MWh y la firma 2 produce solo $q_2 = 5$ MWh alcanzando una utilidad de 1400\$ para la firma 1 y de 150\$ para la firma 2; de la misma forma la firma 2 maximiza su utilidad cuando $q_2 = 35$ MWh y $q_1 = 5$ MWh alcanzando una utilidad de 1050\$ para la firma 2 y de 200\$ para la firma 1. Para estas dos posibilidades el precio y la demanda son 160 \$/MWh y 40 MWh de acuerdo con las **tablas 2.4 y 2.5** respectivamente. Las dos posibilidades anteriores no son factibles ya que ninguna de las dos firmas va a optar por un nivel de producción de 5MWh; no obstante, si ambas firmas deciden entonces generar 35MWh la utilidad para la firma 2 es 0\$.

UTILIDAD (FIRMA 1; FIRMA 2) [\$]						
(350 ; 300)	(325 ; 550)	(300 ; 750)	(275 ; 900)	(250 ; 1000)	(225 ; 1050)	(200 ; 1050)
(650 ; 275)	(600;500)	(550;675)	(500;800)	(450;875)	(400;900)	(350;875)
(900;250)	(825;450)	(750;600)	(675;700)	(600;750)	(525;750)	(450;700)
(1100;225)	(1000;400)	(900;525)	(800;600)	(700;625)	(600;600)	(500;525)
(1250;200)	(1125;350)	(1000;450)	(875;500)	(750;500)	(625;450)	(500;350)
(1350;175)	(1200;300)	(1050;375)	(900;400)	(750;375)	(600;300)	(450;175)
(1400;150)	(1225;250)	(1050;300)	(875;300)	(700;250)	(525;150)	(350;0)

Tabla 2.3. Utilidad de las firmas para diferentes niveles de producción.

PRECIO [\$ / MWh]						
190	185	180	175	170	165	160
185	180	175	170	165	160	155
180	175	170	165	160	155	150
175	170	165	160	155	150	145
170	165	160	155	150	145	140
165	160	155	150	145	140	135
160	155	150	145	140	135	130

Tabla 2.4 Precio de mercado para diferentes niveles de producción.

DEMANDA [MWh]						
10	15	20	25	30	35	40
15	20	25	30	35	40	45
20	25	30	35	40	45	50
25	30	35	40	45	50	55
30	35	40	45	50	55	60
35	40	45	50	55	60	65
40	45	50	55	60	65	70

Tabla 2.5. Demanda del mercado para diferentes niveles de producción.

La causa es que la producción es muy grande y el precio iguala el costo marginal de la firma 2; si eligen producciones mayores, el precio continúa cayendo hasta llegar a valores inferiores al costo marginal y en consecuencia se presentan utilidades negativas. En la **tabla 2.3** se observa que el mercado se estabiliza cuando $q_1 = 30$ MWh y $q_2 = 20$ MWh, para esta dupla la utilidad para las firmas son 900\$ y 400\$ respectivamente, la razón es que ninguna de las dos firmas puede mejorar sus

utilidades desviándose unilateralmente (Equilibrio de Nash), es decir, si una de las dos mantiene su nivel de producción y la otra elige aumentarla o disminuirla su utilidad se reduce.

2.4.3. Modelo de Bertrand.

En este modelo las firmas fijan en forma simultánea el precio de un bien homogéneo y dejan que el mercado decida la cantidad que cada una debe producir. De igual forma que en los modelos anteriores, las firmas deben calcular el precio fijado por las otras firmas en el mercado, y determinar hacer la elección del precio que maximiza sus utilidades, teniendo en cuenta la elección hecha por las otras firmas [Varian.2005]. En este modelo el único equilibrio sostenible es precisamente el equilibrio competitivo, es decir, para el modelo de Bertrand el equilibrio en el mercado se obtiene cuando el precio es igual al costo marginal [Kirschen.2004].

2.5. Algoritmo de relajación de Nikaido-Isoda (NIRA).

El algoritmo NIRA es un método iterativo que permite determinar el equilibrio de Nash de un juego, entre estos, juegos con restricciones acopladas, los cuales se caracterizan por que la acción de un jugador puede afectar la magnitud de las acciones de los demás jugadores; dichos juegos tienen equilibrio bajo la suposición de que cada jugador tiene mas control sobre su función de pago que la que los demás jugadores tienen sobre la misma (*concavidad diagonal estricta DSC*) [Contreras.2004]. Este algoritmo (NIRA), se fundamenta en la minimización de la función de Nikaido-Isoda y un algoritmo de relajación de la función de respuesta óptima.

2.5.1. Función de Nikaido-Isoda.

La función de Nikaido-Isoda es presentada en [Nikaido.1955], esta función permite calcular el equilibrio de Nash, ya que convierte un problema de equilibrio en un problema de optimización [Contreras.2004], [Krawczyk.2005]. Definiendo a ϕ_i como la función de pago del jugador i en un juego con n jugadores, y X como el conjunto de estrategias colectivas; la función de Nikaido-Isoda $\psi: X \times X \rightarrow R$ se define como se presenta en (21) [Contreras.2004], [Krawczyk.2005], y [Uryas'ev.1994] .

$$\Psi(x, y) = \sum_{i=1}^n [\phi_i(y_i | x) - \phi_i(x)] \quad (21)$$

De (21) resulta que $\Psi(x, x) \equiv 0 \quad x \in X$ [Uryas'ev.1994]. Los sumandos de la función (21) representan el mejoramiento que obtiene un jugador en su respectivo pago cuando cambia unilateralmente su acción x_i por y_i mientras los jugadores restantes permanecen jugando de acuerdo con x , es decir, el jugador cambia su acción mientras los otros no. La función determina la suma de estas mejoras en el pago [Contreras.2004], [Krawczyk.2005]. Si x^* constituye un equilibrio de Nash, la función es no positiva para todos los posibles y , es decir, no existe un valor de y para el cual el pago mejore; de hecho, en el punto de equilibrio de Nash cada sumando puede ser máximo cero; corroborando así que en el punto de equilibrio ningún jugador puede incrementar su pago [Krawczyk.2005]. Si la función de Nikaido-Isoda cumple las condiciones de concavidad descritas en el apéndice A de [Contreras.2004] y adicionalmente no se encuentra un y para el cual dicha función sea considerablemente positiva, es encontrada una aproximación del equilibrio de Nash [Contreras.2004]; este elemento es la base para la condición de parada del algoritmo de relajación de la función de respuesta óptima. Adicionalmente, el equilibrio de Nash puede ser expresado en términos de la función de Nikaido-Isoda como se presenta en (22); dadas las condiciones de concavidad presentadas en [Contreras.2004], el punto $x^* \in X$ se denomina equilibrio de Nash normalizado si se cumple (22) [Contreras.2004].

$$\max_{y \in X} \Psi(x^*, y) = 0 \quad (22)$$

2.5.2. Función de respuesta óptima.

La función de respuesta óptima $Z(x)$ entrega el conjunto de acciones mediante las cuales todos los jugadores optimizan de manera unilateral sus pagos, es decir, al jugar estas acciones se maximiza el beneficio de cada jugador [Contreras.2004]; dicha función se obtiene como producto de maximizar la función de Nikaido-Isoda. De acuerdo con [Contreras.2004] la función de respuesta óptima para el conjunto de acciones x se define como

$$Z(x) = \arg \max_{y \in X} \Psi(x, y), \quad x, Z(x) \in X \quad (23)$$

De esta manera, si los jugadores juegan las acciones entregadas por $Z(x)$ en lugar de jugar las acciones x , estos se van a aproximar al equilibrio del juego [Krawczyk.2000] [Contreras.2004].

2.5.3. Algoritmo de relajación.

El algoritmo de relajación de la función de respuesta óptima, es un algoritmo que utiliza la función de Nikaido-Isoda para calcular el equilibrio de Nash-Cournot normalizado, dado el valor de esta función en las proximidades del equilibrio. Básicamente, le permite identificar a los jugadores en cada iteración un punto que mejora sus pagos, en relación al pago obtenido en el punto que se encuentran actualmente [Contreras.2004].

A partir de una estimación inicial del equilibrio de Nash normalizado x^0 , el algoritmo de relajación para la función de respuesta óptima cuando esta es *single-valued* es

$$x^{s+1} = (1 - \alpha_s) x^s + \alpha_s Z(x^s) \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

Con $0 < \alpha_s \leq 1$ [Contreras.2004]. A partir de la estimación inicial, el siguiente punto x^{s+1} , se construye a partir de (24) como un ponderado entre la propuesta de mejoramiento obtenida por la función de respuesta óptima para el actual punto $Z(x^s)$ y el actual punto de acción x^s [Contreras.2004], [Krawczyk.2000]. Dadas las condiciones de convergencia presentadas en [Krawczyk.2005] y en el apéndice A de [Contreras.2004], en especial la condición 5 del Teorema de convergencia del algoritmo de relajación de [Contreras.2004]; el algoritmo converge a un equilibrio de Nash después de un número apropiado de iteraciones.

2.6. Flujo de potencia óptimo OPF.

Una metodología empleada frecuentemente para analizar entre otros el aspecto económico de los sistemas eléctricos de potencia, es el flujo de potencia óptimo (OPF) [Wood.1996]; el cual es la evolución del despacho económico, que consiste en

determinar la distribución de la demanda total entre las unidades de generación, para minimizar el costo de abastecer dicha demanda [Gómez.2009]. Una de las características que lo hace una técnica comúnmente usada, es que permite optimizar distintos tipos de funciones objetivo sujetas a diversas clases de restricciones pertinentes al modelo particular que se analice.

Matemáticamente el flujo de potencia representa un problema de optimización, el cual puede expresarse de la siguiente manera (25)

$$\begin{aligned} \min_{u,x} f(x,u) \\ \text{s.a } h(x,u) &= 0 \\ g(x,u) &\geq 0 \end{aligned} \quad (25)$$

En el problema (25) se busca minimizar una función objetivo f , para la cual u constituye las variables de decisión y x las variables dependientes; sujeto a restricciones de red y restricciones de operación expresadas en h y g respectivamente [Gómez.2009].

En particular; para un sistema sin pérdidas de transmisión; una demanda elástica j puede representarse mediante su función de utilidad $U_j(P_{Dj})$ en \$/h, la cual describe el beneficio que la demanda j percibe por consumir P_{Dj} MW durante una hora; si el sistema cuenta con m demandas existentes, el beneficio total de la demanda del sistema se obtiene como se presenta en (26), donde P_D es el vector que contiene las demandas individuales P_{Dj} [Gómez.2009].

$$U(P_D) = \sum_{j=1}^m U_j(P_{Dj}) \quad (26)$$

De igual forma, una unidad de generación i se puede representar mediante su función de costos $C_i(P_{Gi})$ en \$/h, la cual representa el costo de producir P_{Gi} MW durante una hora; el costo total de producción para una sistema con n unidades de generación se

obtiene como se presenta en (27), para la cual las generaciones de cada unidad P_{Gi} están almacenadas en el vector P_G .

$$C(P_G) = \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi}) \quad (27)$$

En este contexto, el beneficio social para el sistema, igual a la diferencia entre el beneficio que reciben los consumidores por el consumo de la energía y el costo de producirla, se define en (28).

$$SW(P_G, P_D) = \sum_{j=1}^m U_j(P_{Dj}) - \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi}) \quad (28)$$

La eficiencia del mercado se obtiene al maximizar el beneficio social o económico generado por el sistema, teniendo presente el cumplimiento de las restricciones técnicas del sistema [Gómez.2009], [Kirschen.2004]. Es posible plantear entonces, un modelo particular y simplificado (modelo de red DC, sin pérdidas, sin acople temporal) para el OPF en (29)-(32), el cual consiste en maximizar el beneficio social, o equivalentemente, minimizar el negativo del beneficio (29), sujeto a las ecuaciones de balance de potencia (30); restricciones de capacidad en las líneas de transmisión (31); y límites de generación (32).

$$\min \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi}) - \sum_{j=1}^m U_j(P_{Dj}) \quad (29)$$

s.a

$$P_G - SF = P_D \quad (30)$$

$$|F_{i \rightarrow j}| \leq F_{i \rightarrow j}^{\max} \quad (31)$$

$$P_G^{\min} \leq P_G \leq P_G^{\max} \quad (32)$$

$$\text{con } F_{i \rightarrow j} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}$$

Donde P_G y P_D son vectores columna que contienen las generaciones y demandas individuales respectivamente; S representa la matriz de incidencia nodo-rama; y F los flujos por las líneas; de forma análoga, $F_{i \rightarrow j}$ denota el flujo de carga por la línea que conecta los nodos i y j , calculado como la diferencia angular entre los nodos dividida por la reactancia de la línea; y los términos min y max hacen referencia a los valores máximos y mínimos respectivamente.

De acuerdo con [McCalley.2008], si se asume que el flujo por las líneas es unidireccional; que la demanda es inelástica (fija e independiente del precio); que existen pérdidas en el sistema de transmisión; y que no existen límites de generación; es posible establecer la variación en el óptimo de la función objetivo, debido a un pequeño cambio en la demanda en los nodos de carga, aunque esta no sea una variable de decisión del problema. Sin embargo, dicha variación es la que determina el precio local marginal (LMP), y de acuerdo con [McCalley.2008] tiene la estructura presentada en (33).

$$\frac{\partial L}{\partial P_{dk}} = \lambda + \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{dk}} + \sum_{j=1}^M \mu_j t_{jk} \quad (33)$$

Donde, L representa el Lagrangeano del problema; P_{dk} la potencia demandada en la barra k ; P_{loss} las pérdidas; λ el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de balance de potencia; μ_j el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de flujo por la línea j con $j = 1, \dots, M$; y t_{jk} el cambio en el flujo en la línea j ante un cambio en la potencia activa inyectada en la barra k .

En la relación presentada en (33) pueden identificarse tres términos o componentes, los cuales se relacionan con la energía; las pérdidas; y la congestión, respectivamente.

- Componente de energía (λ).

Este componente representa la variable dual de la ecuación de balance de potencia, y en consecuencia representa el incremento que experimenta la función objetivo frente a un incremento de una unidad en la demanda. Luego, si

en el sistema no existen pérdidas ni congestión este es el único componente del LMP [McCalley.2008].

- Componente de pérdidas $\lambda \frac{P_{loss}}{P_{dk}}$.

El componente asociado a las pérdidas se relaciona con la variación en las mismas producto del incremento en la corriente que circula por la red, cuando la demanda en la barra j se incrementa en una unidad. Este componente se adiciona al componente energético, y su magnitud depende de cómo se asume el incremento de la demanda en la barra [McCalley.2008].

- Componente de congestión $\sum_{j=1}^M \mu_j t_{jk}$.

Este componente representa el factor relacionado con la congestión en las líneas, es decir, cuando estas alcanzan el límite de su capacidad de transmisión; y como tal, este factor sólo existe para las líneas en congestión, dado que para ellas su variable dual o multiplicador de Lagrange es diferente de cero (positivo), pues físicamente estas líneas se encuentran en el límite de su capacidad [McCalley.2008].

En consecuencia, el precio en una barra se compone de diferentes factores, entre estos los mencionados; factores que sostienen relación directa con aspectos técnicos del sistema.

2.7. Poder de mercado.

Un fenómeno importante y que debe ser tenido en cuenta en el estudio de los mercados, en especial en el mercado eléctrico, es la habilidad de algunos agentes de alterar por un lapso de tiempo el precio; la disponibilidad de un bien (electricidad); o el número de agentes en el mercado [Shahidehpour.2002]; esta habilidad es principalmente ejercida por los vendedores y se conoce como poder de mercado [Shahidehpour.2002]; y tiene como objeto obtener un beneficio por alejar el mercado de la competitividad.

De acuerdo con [Stoft.2002] el poder de mercado se puede entender como un proceso de tres pasos: 1. Ejercicio; 2. Resultado o efecto en el precio y cantidad; 3. Consecuencia o impacto en los participantes del mercado, entre los cuales figura la transferencia de la riqueza desde los consumidores hacia los productores. En cualquier caso, el poder de mercado debe contemplar la rentabilidad de quien lo ejerce, de no ser así, se puede incurrir en asignar poder de mercado a firmas que en realidad no lo tienen en un determinado caso; en este sentido, la manera mas común de ejercer poder de mercado, es disminuir la producción de tal forma que el precio se incremente y se obtenga una mayor rentabilidad. Ahora bien, dado que el precio depende de la respuesta de los consumidores, un mercado con demandas insensibles al precio favorece el poder de mercado; particularmente en el mercado eléctrico, la elasticidad de la demanda en el corto plazo es cercana a cero. Luego para determinar el poder de mercado es necesario observar los precios y las cantidades en el mismo, lo cual se presenta en detalle en [Stoft.2002], y en donde la distorsión en los precios y las cantidades retenidas son fundamentales.

Una medida comúnmente usada para medir poder de mercado es el índice de Lerner o margen precio costo, el cual ofrece un diagnóstico cuantitativo del paso 2. Para el modelo de oligopolio de Cournot el índice de Lerner para una firma o agente toma la forma mostrada en la ecuación (34) [Stoft.2002].

$$L_x = \left(\frac{q}{Q} \right) \left(\frac{P - CM}{P} \right) \quad (34)$$

Donde, (q/Q) es la participación de la firma en el mercado, y se calcula como la razón entre su producción q y la producción total en el mercado Q ; P representa el precio y CM el costo marginal asociado a la firma.

De (34) se observa que para un oligopolio, a una mayor participación de una firma, más grande es el margen precio costo o índice de Lerner para esta; es decir, la participación actúa como un amplificador del margen [Stoft.2002]. Adicionalmente, dado que en competencia perfecta el precio de mercado es equivalente al costo marginal, una interpretación del índice de Lerner es precisamente medir que tan alejado se encuentra el precio pagado a una firma respecto del precio en competencia perfecta, es decir, cuanto control o incidencia tiene la firma sobre el mercado; en tabla

2.6 se presenta una clasificación de dicha incidencia de acuerdo al valor del índice de Lerner.

Valor del índice (L_x).	Incidencia.
$0 \leq L_x < 0.25$	Baja.
$0.25 \leq L_x < 0.5$	Medio baja.
$0.5 \leq L_x < 0.75$	Medio alta.
$0.75 \leq L_x < 1.0$	Alta.

Tabla 2.6. Incidencia de la firma en el mercado de acuerdo al L_x .

Alternativamente, otro índice comunmente usado es el índice Herfindahl-Hirschman (HHI), el cual fué originalmente diseñado como una medida de concentración, y actualmente se emplea como indicador de poder de mercado ejercido a través de una acción unilateral [Stoft.2002]. El HHI plantea lo siguiente: Si s_i es la participacion en el mercado del i^{esimo} productor, entonces

$$HHI = \sum (s_i)^2 \quad (35)$$

Sobre todos los productores, y puede tomar un valor entre cero y uno [Stoft.2002].

Complementariamente, una manera de establecer o determinar la incidencia que una firma tiene para el sistema, se puede medir encontrando la diferencia en el precio en presencia y ausencia de la firma, la relevancia se refleja en la forma como se alteran los precios, principalmente si estos son mayores. De esta forma se plantea el índice básico de poder (IBP) como sigue.

$$IBP = \frac{P^* - P}{P} \quad (36)$$

Donde, P representa el precio del sistema con presencia de la firma y P^* el precio del sistema sin esta. Este índice puede clasificarse como se muestra en la tabla 2.7 de acuerdo con el valor del IBP para una firma en particular.

Valor del índice (IBP).	Incidencia.
$0 \leq IBP < 0.25$	Baja.
$0.25 \leq IBP < 0.5$	Medio baja.
$0.5 \leq IBP < 0.75$	Medio alta.
$0.75 \leq IBP < 1.0$	Alta.
$IBP > 1.0$	Extrema.

Tabla 2.7. Incidencia de la firma en el mercado de acuerdo al *IBP*.

3. MODELO MATEMÁTICO.

3.1. Introducción

En este capítulo se presentan los modelos de mercado empleados en las simulaciones del capítulo siguiente. Inicialmente se describe el modelo empleado para la demanda; posteriormente el modelo de Nash-Cournot propuesto y su técnica de solución basada en el NIRA; seguidamente se plantea un modelo basado en el flujo de potencia óptimo; y finalmente se presenta la forma para calcular el índice de Lerner para los modelos planteados.

3.2. Modelo de la demanda.

Para una curva de demanda en el nodo i en la hora t se establece una función que relaciona en forma lineal el consumo o demanda q (MWh) en el nodo, con el precio p (\$/MWh) en el mismo, como se presenta en la ecuación (37); y se ilustra en la figura 3.1.

$$q(p) = c - \left(\frac{\Delta q}{\Delta p} \right) p \quad (37)$$

$$c = (f_u)(D_{\max}) \quad (38)$$

Donde, c es el corte con el eje q y es un porcentaje de la demanda en el nodo, determinado por el factor de utilización (f_u) y la demanda máxima del nodo (D_{\max}) en

(MWh). El término $\Delta q / \Delta p$ representa la sensibilidad de la demanda frente cambios en el precio, es decir, la cantidad que se deja de consumir frente a un aumento de 1(\$/MWh) en el precio; es una medida de la valoración que hace la demanda de la energía.

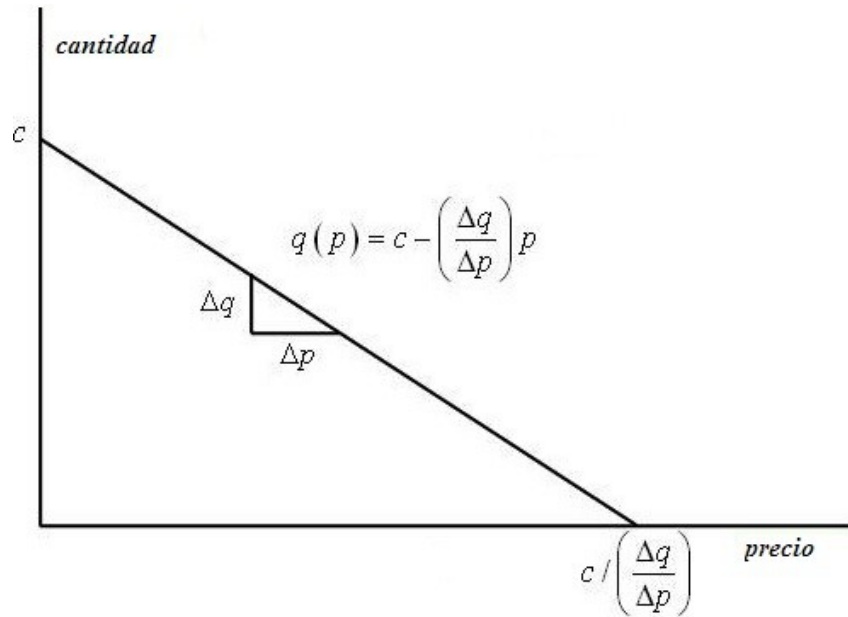


Figura 3.1. Modelo de demanda lineal.

Resolviendo (37) para p se obtiene la ecuación de demanda inversa (39).

$$p(q) = a - bq \quad (39)$$

Para la cual,

$$a = c / \left(\frac{\Delta q}{\Delta p} \right) \quad (40) \quad b = 1 / \left(\frac{\Delta q}{\Delta p} \right) \quad (41)$$

Valores de $\Delta q / \Delta p$ pequeños o que tiendan a cero simulan un comportamiento poco sensible al precio por parte de la demanda, este es el propósito de los valores de $\Delta q / \Delta p$ presentados en la tabla A.6 del anexo A, valores superiores a la unidad simularían lo opuesto.

3.3. Modelo de Nash-Cournot resuelto con NIRA.

El modelo propuesto en esta sección se basa en una extensión del modelo propuesto en el caso de estudio 2 de [Contreras.2004], el cual plantea un mercado bilateral (no hay intermediarios) en una red linealizada dc sin pérdidas. Dicha extensión consiste en plantear el modelo para un horizonte de 24 horas; y acoplado en el tiempo a través de las restricciones de toma y deslastre de carga de las unidades de generación. Posteriormente, el modelo es resuelto empleando el algoritmo NIRA presentado en [Contreras.2004].

A diferencia de un modelo de flujo de potencia óptimo (OPF), el modelo propuesto en esta sección no maximiza el beneficio social, en su lugar, maximiza la utilidad de las firmas productoras, tomando como variables los ángulos en los nodos y las ventas hechas por las firmas a los nodos de carga; en este sentido, una de las características mas relevantes del modelo es precisamente poder determinar las ventas hechas por una firma a un nodo en una hora determinada (variable de decisión); y en consecuencia determinar el precio, y el consumo en los nodos de carga, así como otras variables del sistema. Producto de esto, es posible analizar el comportamiento estratégico de los agentes generadores, así como de la demanda (elasticidad), en un entorno de mercado con las características antes mencionadas. En consecuencia, para cada firma se plantea el modelo presentado en (42)-(50), el cual es un problema de optimización con función objetivo no lineal.

$$\max \sum_{t,j} \left[a_{jt} - b_{jt} \left(s_{fjt} + \sum_{k \neq f} s_{kjt} \right) \right] s_{fjt} - \sum_{t,i,g} C(P_{fgit}) P_{fgit} \quad (42)$$

s.a

$$\sum_{t,f} s_{fjt} = q_{jt} \quad (43)$$

$$\sum_{t,j} s_{fjt} = \sum_{t,i,g} P_{fgit} \quad (44)$$

$$P_{it} - SF_t = Q_{it} \quad (45)$$

$$P_{fgit} - P_{fgit-1} \leq UR_{fgi} \quad (46)$$

$$P_{fgit-1} - P_{fgit} \leq DR_{fgi} \quad (47)$$

$$P_{fgit}^{\min} \leq P_{fgit} \leq P_{fgit}^{\max} \quad (48)$$

$$|F_{lt}| \leq F_l^{\max} \quad (49)$$

$$s_{fjt}, P_{fgit} \geq 0 \quad (50)$$

$$\text{con } F_{lt} = \left| \frac{\theta_{lt} - \theta_{jt}}{x_{ij}} \right|$$

Para este problema (42)-(50), los índices i y j representan los nodos del sistema, t las horas del horizonte analizado (24 horas) y l las líneas de transmisión. Cada firma f posee varias unidades de generación en la red, para las cuales $C(P_{fgit})$ representa el costo de producción por megavatio hora de la unidad de generación g ubicada en el nodo i en la hora t que pertenece a la firma o jugador f , cuya producción es P_{fgit} MW en una hora o (MWh). Adicionalmente, para cada nodo i y cada hora t se definen funciones de demanda lineal con la estructura mostrada en (39), la cual como se muestra en (42), es escrita en función de la variable de decisión s_{fjt} que representa los MW o (MWh) vendidos por la firma f al nodo j en la hora t .

Cada firma elige sus ventas s_{fjt} y en consecuencia la producción P_{fgit} que maximizan su utilidad, la cual se define como la diferencia entre sus ingresos y sus costos de producción (42).

$$\max \sum_{t,j} \left[a_{jt} - b_{jt} \left(s_{fjt} + \sum_{k \neq f} s_{kjt} \right) \right] s_{fjt} - \sum_{t,i,g} C(P_{fgit}) P_{fgit} \quad (42)$$

sujeto a:

- Balance en el consumo en el nodo j en la hora t expresado en la ecuación (43), donde se establece que el total de las ventas de las firmas al nodo j en la hora t debe ser igual al consumo en el mismo q_{jt} .

$$\sum_{t,f} s_{fjt} = q_{jt} \quad (43)$$

- Balance de energía para cada compañía expresado en la ecuación (44), es decir, la producción total de la firma f en la hora t debe ser igual a el total de sus ventas a los nodos en la hora t .

$$\sum_{t,j} s_{fjt} = \sum_{t,i,g} P_{fgit} \quad (44)$$

- Ecuaciones de red planteadas en (45), las cuales establecen el flujo de potencia a través del sistema, y en donde P_{it} y Q_{it} son vectores columna que contienen las generaciones y demandas en cada nodo, para cada hora t respectivamente; S representa la matriz de incidencia nodos; y F_t los flujos por las líneas en la hora t .

$$P_{it} - SF_t = Q_{it} \quad (45)$$

- Acople temporal expresado en las ecuaciones (46) y (47), las cuales limitan el nivel de producción de las unidades térmicas entre dos periodos consecutivos [Gómez.2009], donde, UR_{fgi} y DR_{fgi} son las velocidades de toma y deslastre de carga respectivamente de la unidad de generación g ubicada en el nodo i que pertenece a la firma f .

$$P_{fgit} - P_{fgit-1} \leq UR_{fgi} \quad (46)$$

$$P_{fgit-1} - P_{fgit} \leq DR_{fgi} \quad (47)$$

- Límites para las unidades de generación, planteados en la ecuación (48), donde \min y \max hacen referencia a los valores mínimos y máximos respectivamente.

$$P_{fgit}^{\min} \leq P_{fgit} \leq P_{fgit}^{\max} \quad (48)$$

- Límites de capacidad de transmisión de las líneas, expresados en la ecuación (49), donde min y max hacen referencia a los valores mínimos y máximos respectivamente.

$$|F_{lt}| \leq F_l^{\max} \quad (49)$$

- Valores admisibles para s_{fjt} y P_{fgit} , indicados en (50).

$$s_{fjt}, P_{fgit} \geq 0 \quad (50)$$

El objetivo es encontrar el equilibrio de Nash-Cournot no cooperativo para el juego (Infinito) con restricciones acopladas planteado a partir de (42)-(50); para ello, se hace uso del NIRA, y de la función de Nikaido-Isoda, la cual tiene la estructura mostrada en (51); para ver una expansión de esta función sin acople temporal, ver [Contreras.2004] en las páginas 199; 200 y 202.

$$\Psi(s_{fjt}, y_{fjt}) = \sum_{t,f} [\phi_{ft}(y_{fjt} | x) - \phi_{ft}(x)] \quad (51)$$

Donde x representa el conjunto de acciones colectivas de las firmas (jugadores) y ϕ_{ft} es la función de pagos para la firma f en la hora t , la cual para este modelo y de acuerdo con (42) es la utilidad de la firma en una hora determinada (diferencia entre ingresos y costos). En consecuencia, de (51) la función de respuesta óptima es

$$Z(x) = \arg \max_{y_{fjt}} \Psi(s_{fjt}, y_{fjt}) \quad (52)$$

s.a

$$\sum_{t,f} y_{fjt} = q_{jt} \quad (53)$$

$$\sum_{t,j} y_{fjt} = \sum_{t,i,g} P_{fgit} \quad (54)$$

$$P_{it} - SF_t = Q_{it} \quad (55)$$

$$P_{fgit} - P_{fgit-1} \leq UR_{fgi} \quad (56)$$

$$P_{fgit-1} - P_{fgit} \leq DR_{fgi} \quad (57)$$

$$P_{fgit}^{\min} \leq P_{fgit} \leq P_{fgit}^{\max} \quad (58)$$

$$\theta_{it}^{\min} \leq \theta_{it} \leq \theta_{it}^{\max} \quad (59)$$

$$|F_{lt}| \leq F_l^{\max} \quad (60)$$

$$y_{fjt}, P_{fgit} \geq 0 \quad (61)$$

$$\text{con } F_{lt} = \left| \frac{\theta_{it} - \theta_{jt}}{x_{ij}} \right|$$

De (52)-(61) se obtienen los valores para y_{fjt} que mejoran el pago para los jugadores, y se verifica si para estas acciones y_{fjt} el punto s_{fjt} representa un equilibrio de Nash-Cournot normalizado, es decir si $\Psi(s_{fjt}, y_{fjt}) < \varepsilon$ (función de Nikaido-Isoda menor a una tolerancia). En caso contrario, los valores de y_{fjt} y s_{fjt} se llevan al algoritmo de relajación (62) y se continúa el proceso hasta alcanzar el equilibrio de Nash-Cournot normalizado.

$$s_{fjt}^{s+1} = (1 - \alpha_s) s_{fjt}^s + \alpha_s y_{fjt}^s \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (62)$$

El diagrama de flujo para el algoritmo NIRA descrito se presenta en la figura 3.2.

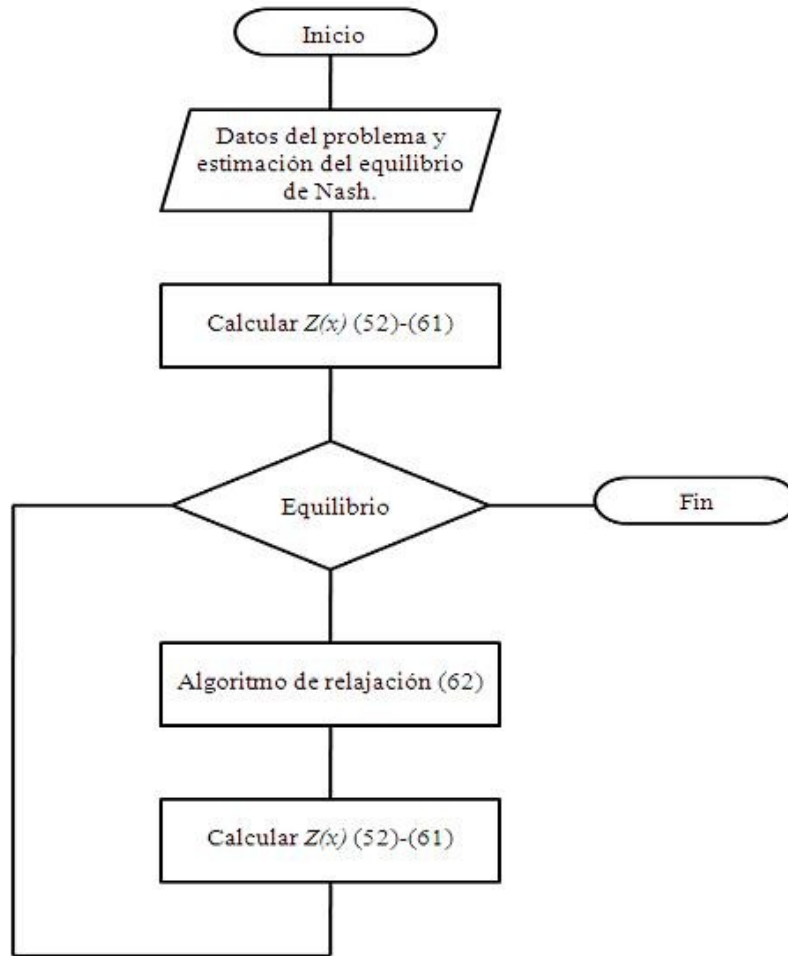


Figura 3.2 Diagrama de flujo Algoritmo NIRA.

De acuerdo con [Contreras.2004]; [Krawczyk.2000]; y [Krawczyk.2006]; aunque el valor del paso puede ser optimizado, un paso de tamaño constante de $\alpha_s = 0.5$ satisface las condiciones de convergencia planteadas en estos (condición 6 del teorema de convergencia del algoritmo de relajación), y lleva a una convergencia rápida del algoritmo.

La función de Nikaido-Isoda (51) tiene la misma estructura de la función estudiada en el caso 2 de [Contreras.2004] la cual satisface las condiciones para la convergencia del algoritmo de relajación (62). Dichas condiciones de convergencia del NIRA se relacionan con la concavidad diagonalmente estricta (DSC) de la función de pagos (utilidad); lo cual en términos económicos significa que en el juego cada jugador tiene

mas control sobre su función de pago que los demás jugadores [Krawczyk.2005]; matemáticamente, un criterio para determinar si el juego es DSC es presentado en [Krawczyk.2005]. Otras condiciones matemáticas necesarias para la convergencia del algoritmo de relajación de Nikaido-Isoda (NIRA) se presentan en [Krawczyk.2005]; [Contreras.2004], y es preciso mencionar que la función presentada en (42) satisface las condiciones necesarias para convergencia planteadas en dichas referencias.

En síntesis, la función de Nikaido-Isoda indica cuando el equilibrio de Nash ha sido aproximadamente alcanzado (cuando sus sumandos son aproximadamente cero); el algoritmo de relajación permite la convergencia al equilibrio de Nash mediante pasos de tamaño constante u optimizado, donde, cada nuevo punto es obtenido como el promedio entre el punto de mejoramiento entregado por la función de respuesta óptima $Z(x)$ y el punto actual; y precisamente, en cercanías del equilibrio el punto de mejoramiento y el punto actual se acercan hasta que su diferencia sea casi cero [Krawczyk.2006]; en conjunto estos elementos constituyen el NIRA.

3.4. Modelo con flujo de potencia óptimo OPF.

Aunque se conoce de entrada que el modelo presentado en la sección 3.3 es diferente al flujo de potencia óptimo (OPF), la motivación para implementar un modelo de OPF radica en contrastar el beneficio económico recibido por los agentes generadores en ambos modelos, en consecuencia, en esta sección se presenta un modelo de flujo de potencia óptimo no lineal para un mercado bilateral en un periodo de 24 horas, con una red linealizada DC sin pérdidas; y acoplado en el tiempo a través de las restricciones de toma y deslastre de carga de las unidades de generación. El objetivo es maximizar el beneficio social en el sistema, o en forma equivalente minimizar el negativo de este, sujeto a las restricciones del sistema, el modelo es presentado en (63)-(71) el cual tiene como variables a la generación y a la demanda en el nodo i en la hora t , representadas por G_{it} y D_{it} respectivamente; así como los ángulos en los nodos θ_{it} y los flujos por las líneas F_{it} para cada hora t .

$$\max \sum_{t,i} \left[\left(-\frac{1}{2} b_{it} D_{it}^2 + a_{it} D_{it} \right) - \left(\frac{1}{2} n_{it} G_{it}^2 + m_{it} G_{it} \right) \right] \quad (63)$$

s.a

$$G_{it} - SF_t = D_{it} \quad (64)$$

$$|F_{lt}| \leq F_l^{\max} \quad (65)$$

$$G_{it} - G_{it-1} \leq UR_i \quad (66)$$

$$G_{it-1} - G_{it} \leq DR_i \quad (67)$$

$$G_{it}^{\min} \leq G_{it} \leq G_{it}^{\max} \quad (68)$$

$$D_{it}^{\min} \leq D_{it} \leq D_{it}^{\max} \quad (69)$$

$$\theta_{it}^{\min} \leq \theta_{it} \leq \theta_{it}^{\max} \quad (70)$$

$$G_{it}, D_{it} \geq 0 \quad (71)$$

con

$$F_{lt} = \left| \frac{\theta_{it} - \theta_{jt}}{x_{ij}} \right|$$

$$i \in [1, \dots, \text{número de nodos}]$$

$$l \in [1, \dots, \text{número de líneas}]$$

$$t \in [1, \dots, 24]$$

Para el modelo (63)-(71), i indiza los nodos, t las horas, y l las líneas. Para los nodos i en la hora t se definen funciones de demanda lineal con la estructura mostrada en (39); de forma análoga, para cada generador se definen los parámetros de su función

de costos, m y n respectivamente. En consecuencia la función objetivo determinada por el beneficio social del sistema se plantea en (63).

$$\max \sum_{t,i} \left[\left(-\frac{1}{2} b_{it} D_{it}^2 + a_{it} D_{it} \right) - \left(\frac{1}{2} n_{it} G_{it}^2 + m_{it} G_{it} \right) \right] \quad (63)$$

sujeto a:

- Balance nodal en el nodo i en la hora t expresado en la ecuación (64).

$$G_{it} - S F_t = D_{it} \quad (64)$$

- Límites de capacidad en las líneas definidos en la ecuación (65).

$$|F_t| \leq F_t^{\max} \quad (65)$$

- Restricciones de toma y deslastre de carga, expresadas en las ecuaciones (66) y (67) respectivamente.

$$G_{it} - G_{it-1} \leq UR_i \quad (66)$$

$$G_{it-1} - G_{it} \leq DR_i \quad (67)$$

- Límites mínimos y máximos de generación, demanda, y angulares expresados en las ecuaciones (68); (69) y (70) respectivamente.

$$G_{it}^{\min} \leq G_{it} \leq G_{it}^{\max} \quad (68)$$

$$D_{it}^{\min} \leq D_{it} \leq D_{it}^{\max} \quad (69)$$

$$\theta_{it}^{\min} \leq \theta_{it} \leq \theta_{it}^{\max} \quad (70)$$

- Valores admisibles para G_{it} y D_{it} .

$$G_{it}, D_{it} \geq 0 \quad (71)$$

A partir de este modelo (63)-(71) se obtiene el valor de los precios locales marginales (LMP) en cada barra para cada hora, así como las demás variables del sistema.

3.5. Índice de Lerner (L_x).

Como complemento a los modelos planteados en las secciones 3.3 y 3.4 respectivamente; se propone el cálculo del índice de Lerner para cada uno de estos, con el fin de establecer una medida para el poder o incidencia de una firma en el mercado. En este sentido, el índice de Lerner (L_x) para el modelo mostrado en la sección 3.3 se calcula para cada firma de manera local y horaria, es decir, para cada firma f , en cada nodo i , en cada hora t ; mediante la ecuación (34); en consecuencia, se determina una curva de índices de lerner de 24 horas, por cada nodo donde se registren ventas de la firma f .

Análogamente, para el modelo mostrado en la sección 3.4, el índice se calcula mediante la ecuación (34), para cada firma f , y para cada hora t empleando el precio asociado a su barra. Como resultado se obtiene solo una curva de índices de lerner por cada firma. En ambos modelos los valores obtenidos para el L_x se clasifican de acuerdo a los rangos establecidos en la tabla 2.6, presentada de nuevo a continuación.

Valor del índice (L_x).	Incidencia.
$0 \leq L_x < 0.25$	Baja.
$0.25 \leq L_x < 0.5$	Medio baja.
$0.5 \leq L_x < 0.75$	Medio alta.
$0.75 \leq L_x < 1.0$	Alta.

Tabla 2.6. Incidencia de la firma en el mercado de acuerdo al L_x .

Adicionalmente, se propone el cálculo del índice básico de poder de mercado (IBP); el cual para ambos modelos presenta un único valor, obtenido como el promedio de los IBP existentes para cada firma, calculados con la ecuación (36); dichos valores de IBP se clasifican según los rangos establecidos en la tabla 2.7 presentada a continuación.

Valor del índice (IBP).	Incidencia.
$0 \leq IBP < 0.25$	Baja.
$0.25 \leq IBP < 0.5$	Medio baja.
$0.5 \leq IBP < 0.75$	Medio alta.
$0.75 \leq IBP < 1.0$	Alta.
$IBP > 1.0$	Extrema.

Tabla 2.7. Incidencia de la firma en el mercado de acuerdo al *IBP*.

4. CASOS DE PRUEBA.

4.1. Introducción.

La aplicación de los modelos descritos en el capítulo anterior a el sistema de prueba presentado en la sección A.2 y A.3 del apéndice, así como el análisis de los resultados obtenidos por medio del software GAMS se presentan en esta sección. Inicialmente se describe el caso base y posteriormente se simulan variaciones del mismo con el fin de analizar sus efectos.

4.2. Comportamiento del algoritmo NIRA.

El algoritmo de relajación de Nikaido-Isoda (NIRA) tiene un comportamiento aceptable para los casos simulados. El caso 1 contempla un sistema en el cual ninguna restricción se encuentra activa; en los casos posteriores se introducen cambios puntuales al sistema planteado en el caso 1; así, el caso 2 plantea un sistema con congestión de transmisión en la línea 7; en el caso 3 se propone un sistema con velocidades reducidas para las rampas; por su parte el caso 4 plantea un sistema con capacidad limitada de generación para la firma 2; en el caso 5 se plantea el sistema del caso 1 pero duplicando la sensibilidad de la demanda ante cambios en el precio; el caso 6 contempla un sistema que cuenta con los fenómenos presentes en los casos 2, 3, y 4; y finalmente el caso 7 plantea una fusión de los casos 5 y 6, es decir, un sistema con las restricciones propuestas en el caso 6 pero con la sensibilidad de la demanda establecida en el caso 5. Para todos los casos, los tiempos de ejecución en la plataforma GAMS se encuentran entre 0.03s y 0.05s, los cuales son aceptables dado el tamaño del problema (840 variables).

En la primeras iteraciones el algoritmo establece el valor de los precios y los consumos por medio de las variables de decisión del modelo que son los ángulos en las barras y las ventas, las cuales constituyen el equilibrio de Nash-Cournot normalizado. En las iteraciones siguientes las variables de decisión cambian en una pequeña proporción, manteniendo casi invariable los valores de precios y consumos.

4.3. Caso 1: Caso base.

Los datos correspondientes al caso base se presentan en la sección A.2 del apéndice. Al simular en GAMS el modelo de Nash-Cournot con NIRA para el caso base, se encuentra que el precio mas bajo en el sistema se registra en el nodo 3 (25 \$/MWh) en las horas de menor demanda y el más alto en los nodos 2 y 5 (207.85 \$/MWh) en periodos de mayor demanda. El precio se relaciona directamente con el consumo debido a la curva de demanda, en consecuencia, el consumo más bajo se presenta en el nodo 3 (7.5MWh) y el más alto en los nodos 2 y 5 (157.86 MWh); para estos nodos como para el nodo 4, el precio promedio del sistema es inferior al precio en el nodo, caso contrario para los nodos restantes.

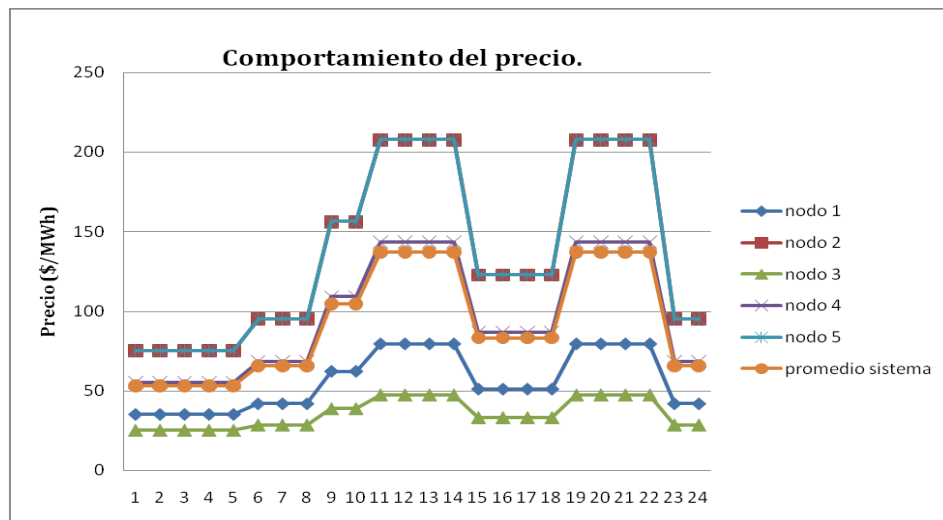


Figura 4.1 Comportamiento de los precios en el día.

Como se observa en la figura 4.1, los precios en los nodos tienen un patrón de comportamiento igual, este patrón es establecido por los parámetros a y b de las curvas de demanda en cada nodo, los cuales se presentan en el apéndice en la tabla

A.6; ambos parámetros tienen igual comportamiento, y son determinados por el inverso de la sensibilidad de la demanda, especialmente el parámetro b ; el cual es el mismo para todos los nodos y se ilustra en la figura 4.2.

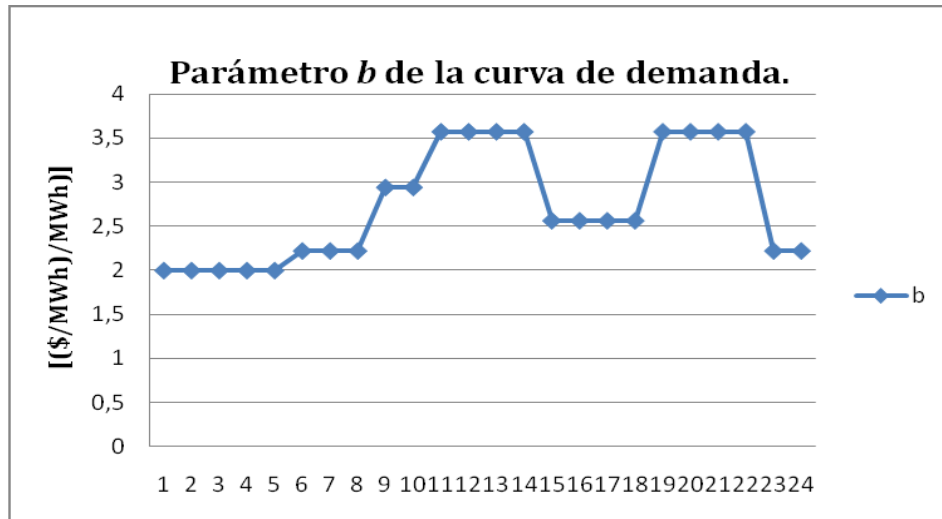


Figura 4.2 Comportamiento del parámetro b de la curva de demanda para todos los nodos.

Es preciso mencionar que la sensibilidad de la demanda incide directamente en la formación del precio en este caso, dado que no se presentan fenómenos de congestión en líneas, capacidad limitada de generación o velocidades limitadas de toma y deslastre de carga.

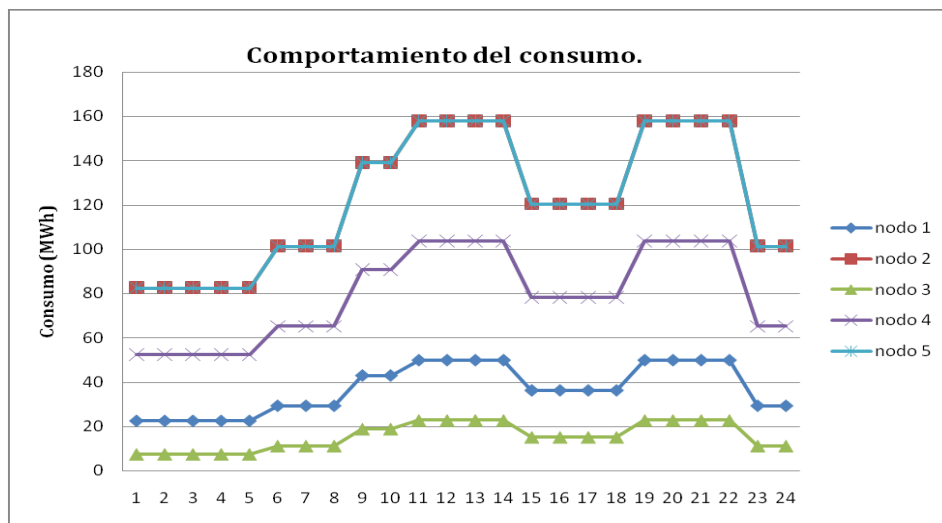


Figura 4.3 Comportamiento de los consumos en el día.

El patrón impuesto por el inverso de la demanda también se manifiesta en el consumo de los nodos como se observa en la figura 4.3, y en consecuencia en las demás variables del sistema. De forma análoga a los precios, el mayor consumo se registra en los nodos 2 y 5, los nodos con las demandas mas inelásticas, mientras que el menor se produce en el nodo 3, sin embargo, los consumos en este escenario no son significativamente grandes. Las ventas de las firmas a los nodos constituyen el equilibrio de Nash-Cournot normalizado, y en concordancia con los consumos, las mayores ventas de las firmas se producen en los nodos con mayor demanda, lo propio para las menores ventas.

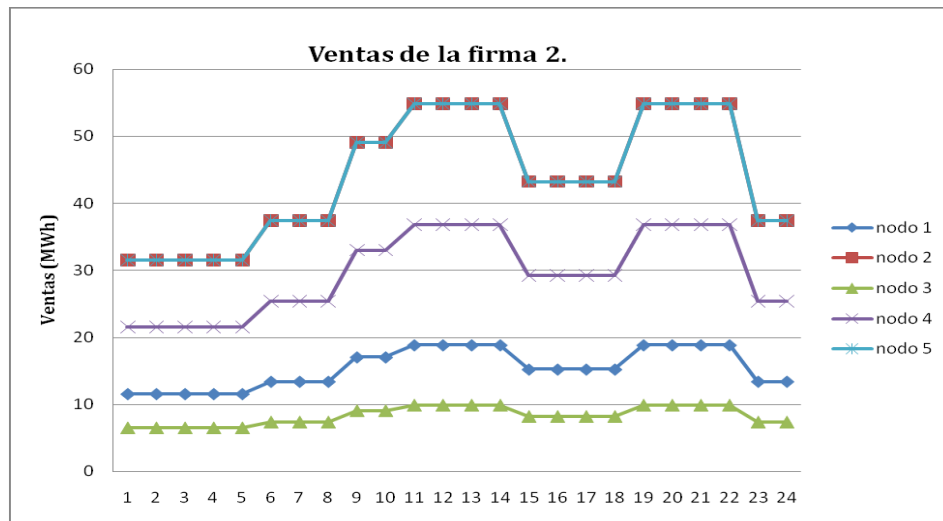


Figura 4.4 Ventas de la firma 2.

El abastecimiento de esta energía es realizado principalmente por la firma 2, seguida de las firmas 1 y 3, lo cual es producto de los costos marginales de cada firma, como complemento se presenta la figura 4.4, la cual ilustra las ventas de la firma 2; el comportamiento descrito en esta gráfica es similar al de las ventas de las demás firmas a los nodos. Es preciso mencionar que las diferencias en capacidades y costos marginales de las firmas se refleja también en la producción de estas, como se aprecia en la figura 4.5. Dado que las mayores ventas se realizan a los nodos de mayor demanda y mas inelásticos del sistema, estos nodos son los de mayor utilidad para las firmas; y las menores a los de menor demanda y de mayor elasticidad. Como producto de este conjunto de estrategias (ventas), de los precios y consumos establecidos, y de

los costos marginales respectivos, se obtiene el valor de la función de pago o utilidad para las firmas.

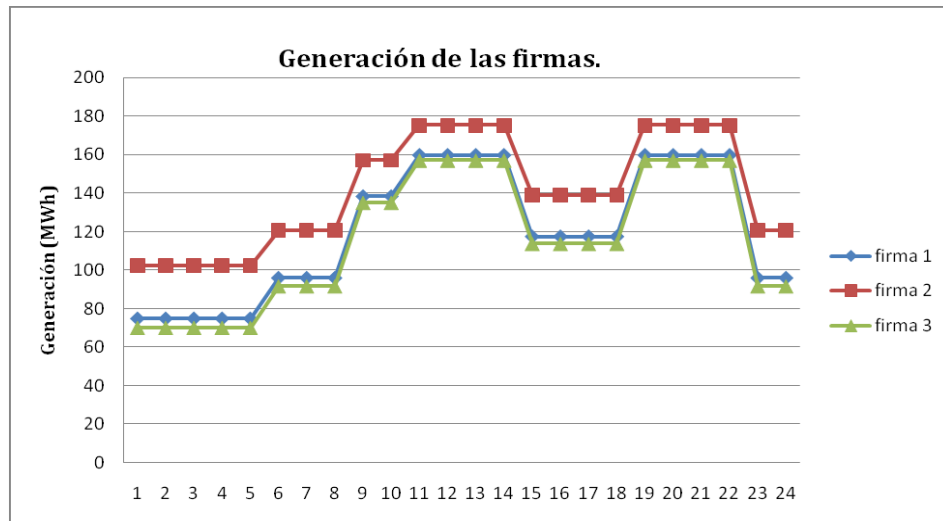


Figura 4.5 Generación de las firmas.

Como se aprecia en la figura 4.6 y en concordancia con lo anterior, las mayores utilidades las registra la firma 2, principalmente en las horas de mayor demanda, seguida de las firmas 1 y 3.

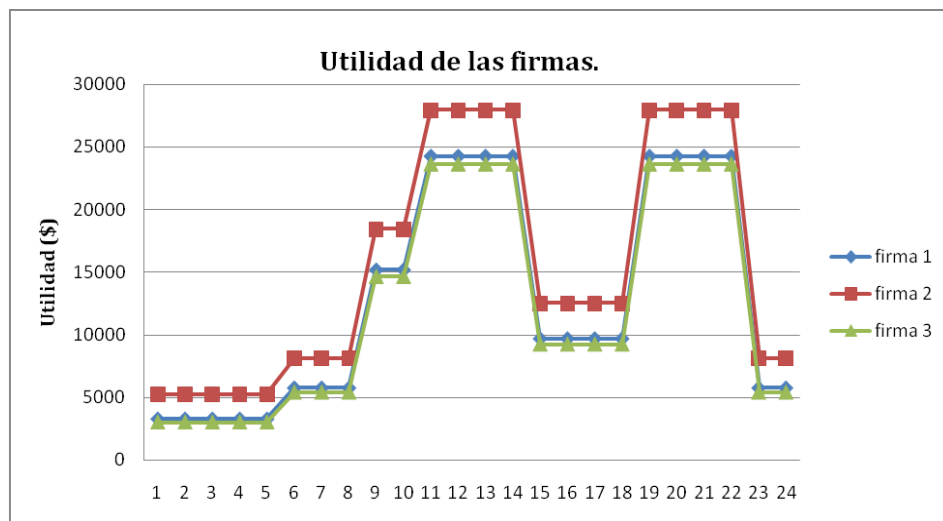


Figura 4.6 Utilidades de las firmas.

Adicionalmente, las utilidades exhiben el patrón establecido por los parámetros de la curva de demanda, el cual como se ha mencionado, se refleja en las variables del sistema. De acuerdo con [Stoft.2002] el poder de mercado se puede entender como un proceso de tres pasos: 1. Ejercicio; 2. Resultado o efecto en el precio y cantidad; 3. Consecuencia. El índice de lerner (L_x) ofrece un diagnóstico cuantitativo del paso 2; para un oligopolio, a una mayor participación de una firma, mas grande es el margen precio costo para esta; es decir, la participación actúa como un amplificador de este margen. [Stoft.2002]. A partir de las variables del sistema se determina que la firma 2 es la firma con mayor índice de lerner, seguida de la firma 1 y de la firma 3, aunque de acuerdo con la clasificación del índice mostrado en la tabla 2.6, la incidencia o poder de las firmas es medio baja.

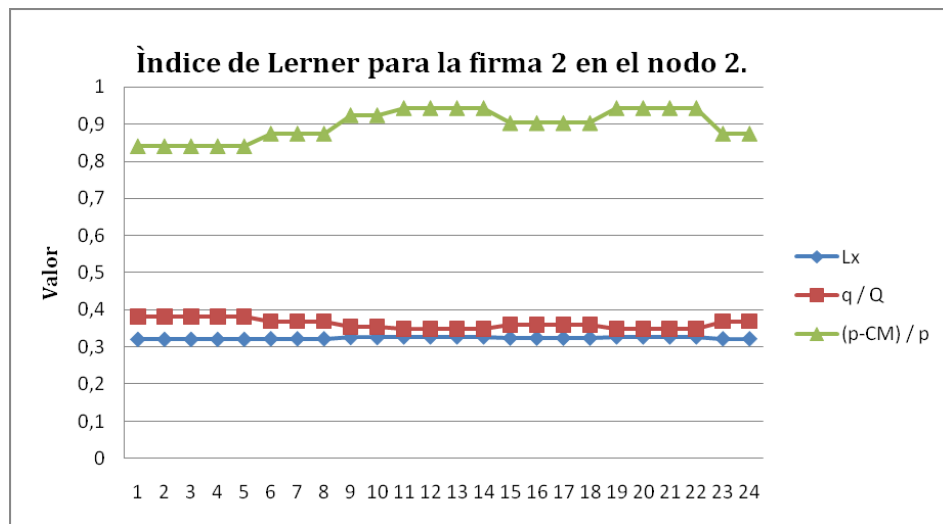


Figura 4.7 Índice de Lerner, participación, y diferencia precio costo para la firma 2 en el nodo 2.

En la figura 4.7 se ilustra el comportamiento del índice de lerner (L_x), la participación (q/Q), y la diferencia o margen precio-costos $((p-CM)/p)$ para la firma 2 en el nodo 2; se aprecia como la participación de la firma atenúa el margen precio-costos y es un factor determinante en el valor del índice. Con excepción de los nodos 1 y 3 para la firma 2, los índices para las firmas muestran el mismo patrón de comportamiento establecido por los términos a y b de la curva de demanda; lo anterior sucede por que la participación de las firmas sigue este patrón o no y en consecuencia determina el comportamiento del índice. En síntesis, el mayor índice o poder de la firma 2 es producto de: la diferencia precio costo la cual es favorecida por los bajos costos

marginales de esta firma; la participación dominante que esta firma tiene en el mercado, al ser la de mayor generación; un sistema de transmisión que le permite vender fácilmente su producción; y una tecnología tal que le permite ajustarse a la dinámica de la demanda sin problemas. Sin embargo, no hay una diferencia significativa frente a las demás firmas, lo cual es un reflejo de la búsqueda del equilibrio por parte del modelo.

4.4. Caso 2: Congestión sobre la línea 7.

En este caso se observa el efecto que tiene sobre el caso base limitar la capacidad de la línea 7 a 80 MW, la cual es una línea crítica para el sistema, en consecuencia existe congestión sobre esta línea desde la hora 9 hasta la hora 22, es decir, la restricción asociada a la capacidad de transmisión de la línea 7 se activa en estas horas.

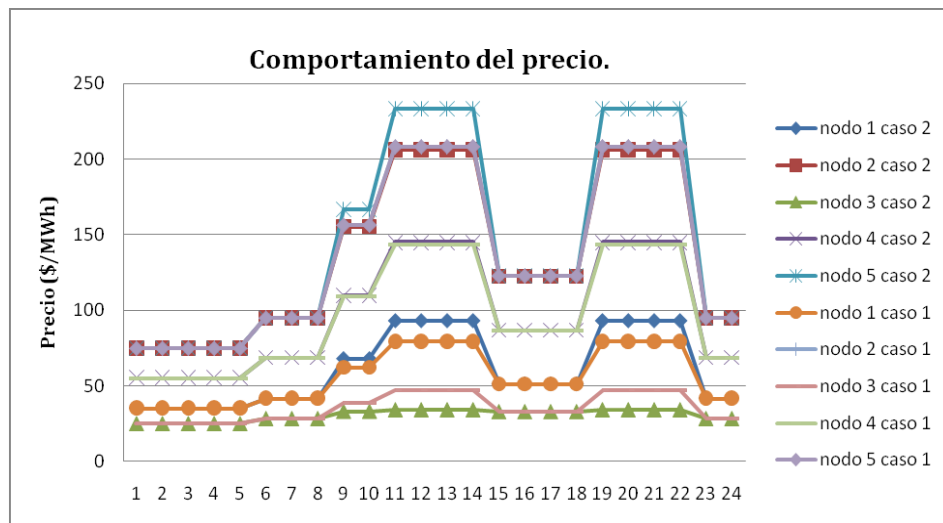


Figura 4.8 Comportamiento del precio en los nodos, con restricción de capacidad en línea 7 y en el caso base.

Como se ilustra en la figura 4.8, el comportamiento de los precios presenta la tendencia del caso base. Respecto al caso base, los nodos 1 y 5 presentan precios superiores para los periodos de mayor demanda, lo opuesto sucede para el nodo 3; para los nodos restantes los valores son casi invariantes, es decir, levemente inferiores para el nodo 2 y superiores para el nodo 4. Esta dinámica en los precios del sistema es causada principalmente por dos factores; primero, la congestión en la línea

7, ya que limita el uso eficiente de los recursos de generación conectados a esta línea, y hace necesario emplear recursos más costosos para abastecer demandas como la del nodo 5; segundo, la relación establecida por las curvas de demanda para los precios y consumos, pues hace mas atractivos a unos nodos frente a otros dados los precios establecidos por sus curvas de demanda; adicionalmente estas curvas establecen menores precios para mayores consumos.

Es preciso notar que aunque los nodos 2 y 5 tienen iguales curvas de demanda, las más grandes y son los más inelásticos, es el nodo 5 el que experimenta los cambios más fuertes en el precio, mientras que en el nodo 2 los precios son levemente menores, lo cual es una manifestación del fenómeno de congestión, pues el nodo 5 como la firma 2 están conectados a la línea 7. Esta congestión es perjudicial para los nodos 1, 4, y 5 debido al aumento de los precios en dichos nodos, no obstante, para el nodo 2 y especialmente para el nodo 3 este fenómeno es favorable, pues sus precios decrecen debido a un mayor consumo favorecido por la congestión que limita el consumo en el nodo 5; sin embargo, el precio promedio del sistema no es significativamente superior al que se presenta en el caso base. De otra parte, dada la relación establecida por la función de demanda inversa, el comportamiento del precio es determinado por el comportamiento del consumo; para los periodos de mayor demanda, el consumo en los nodos 1, 4, y 5 se reduce respecto al caso base, presentandose la mayor reducción en el nodo 5; dichas reducciones son producto de la congestión que impide un circulación eficiente de la energía a través de la red; y de la necesidad de abastecer con recursos costosos como las firmas 1 y 3, que inciden en el precio del nodo. El precio en el nodo lo fija la curva de demanda inversa, a su vez, dicho consumo es determinado por las cantidades vendidas por cada firma al nodo; desde el lado de la demanda, estas cantidades no brindan información respecto al costo de los recursos en forma directa, simplemente se suman las ventas; se determina el consumo y se halla el precio en el nodo. Por su parte las firmas tienen información sobre las curvas de demanda en los nodos, y saben como se determina el precio; a estas les interesa tener un margen entre el precio del nodo y sus costos marginales tal que puedan tener buenas utilidades, luego, el problema de abastecer la demanda con recursos costosos en cuanto a costos marginales radica en que para que exista utilidad, el precio del nodo debe ser superior a su costo marginal, lo cual se puede lograr al reducir las ventas y fijar un consumo menor; en este contexto, la congestión en la línea 7 promueve el incremento en los precios por que impide un manejo eficiente de la energía de la firma 2, la cual requiere un menor margen entre el

precio y sus costos marginales para ser rentable. Como complemento se presenta la gráfica 4.9.

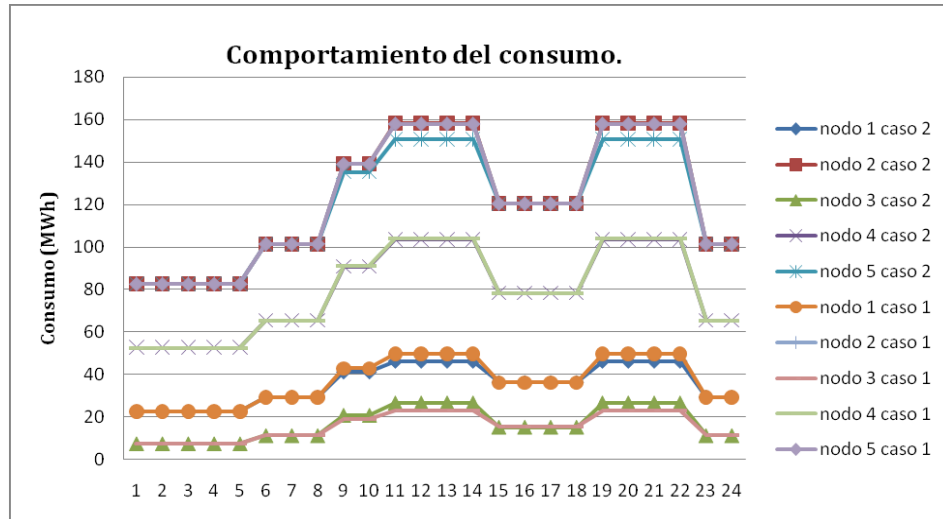


Figura 4.9 Comportamiento del consumo en los nodos, en restricción de capacidad en línea 7 y en el caso base.

Contrastando con los nodos 1, 4, y 5; está el nodo 3, el cual aumenta su consumo, sin embargo, sigue registrando el menor consumo del sistema; por su parte el consumo en el nodo 2 permanece casi invariante. La congestión tiene efecto en las horas de mayor demanda, y esta congestión en particular, beneficia la demanda del nodo 3, y perjudica la del nodo 5 que es una de las mas inelásticas del sistema, no obstante, el comportamiento del consumo no se refleja significativamente en el consumo total del sistema pues este no varía considerablemente.

El equilibrio de Nash-Cournot normalizado para las firmas lo constituyen las ventas de las mismas; las ventas de la firma 1 siguen la tendencia del caso base para todos los nodos aunque son de mayor magnitud en las horas de alta demanda, el incremento mas significativo se da en el nodo 3 como se ilustra en la figura 4.10, y sus mayores ventas las hace al nodo 2.

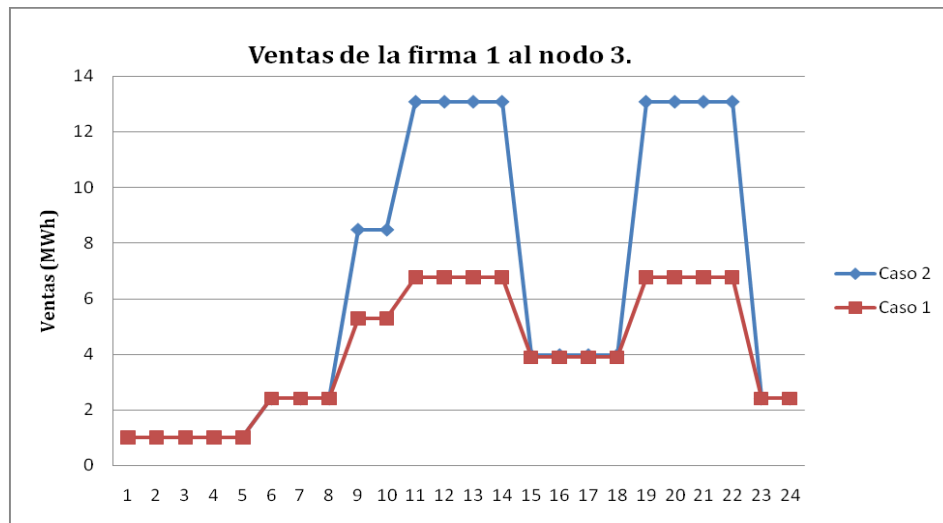


Figura 4.10 Ventas de la firma 1 al nodo 3 para congestión y caso base.

Para la firma 2, las ventas siguen la tendencia del caso base solo en los nodos 2, 4 y 5, y su magnitud es inferior en horas de alta demanda en general para todos los nodos, la disminución mas significativa se presenta en el nodo 5; e igual que la firma 1 sus mayores ventas son en el nodo 2; por su parte las ventas de la firma 3 siguen el patrón del caso base y solo en los nodos 1, 4 y 5 sus ventas disminuyen para las horas de alta demanda.

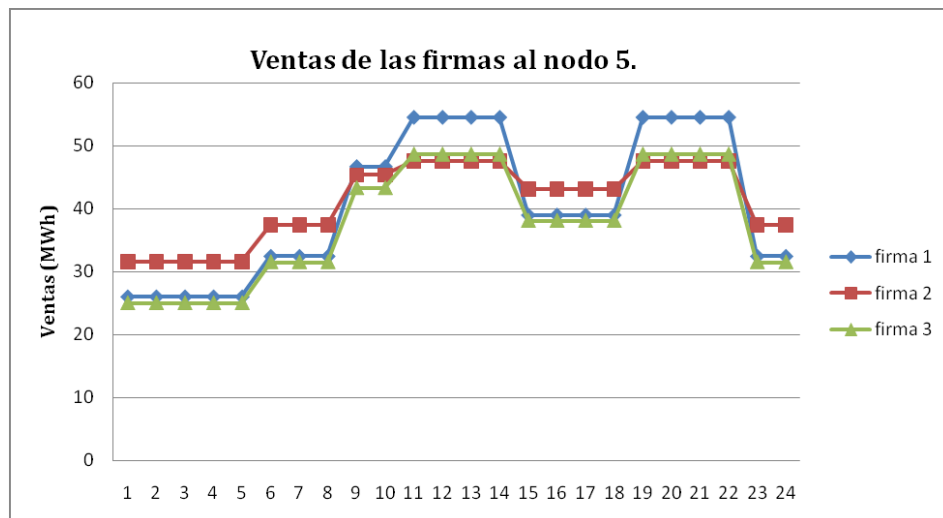


Figura 4.11 Ventas de las firmas al nodo 5 en congestión.

En la figura 4.8 se observa que el precio en el nodo 5 es superior al del caso base para las horas de alta demanda; como se ha mencionado, este comportamiento es un efecto de la congestión al hacer necesario recursos costosos para abastecer la demanda en estas horas. La figura 4.11 ilustra el abastecimiento de la energía en el nodo 5, se observa como en las horas críticas, la firma que mas vende es la firma 1 seguida de la firma 3, los cuales son recursos costosos, mientras que la firma 2, que representa un recurso económico es la que menos vende a este nodo; lo anterior es producto de la incapacidad de la firma 2 de evacuar eficientemente su energía, dada su conexión con la línea 7; en consecuencia, el consumo se reduce y el precio aumenta de acuerdo con la curva de demanda. Es importante resaltar entonces la importancia de la ubicación topológica en el sistema ante la congestión en una línea, ya que todas las variables del sistema se afectan ya que estan relacionadas. De forma análoga, la figura 4.12 ilustra las ventas hacia el nodo 3; para las horas de menor demanda la firma 2 suple la mayor parte del consumo, mientras que para los periodos de mayor demanda sucede lo opuesto. En estos periodos la firma 2 prefiere vender la mayor parte de su producción a los nodos que tienen niveles de precios mayores o que mejor pagan, como los nodos 2 y 5, seguidamente el nodo 4, y finalmente los nodos 1 y 3, dadas sus curvas de demanda inversa; esta es una manera de compensar el hecho de vender menos a todos los nodos.

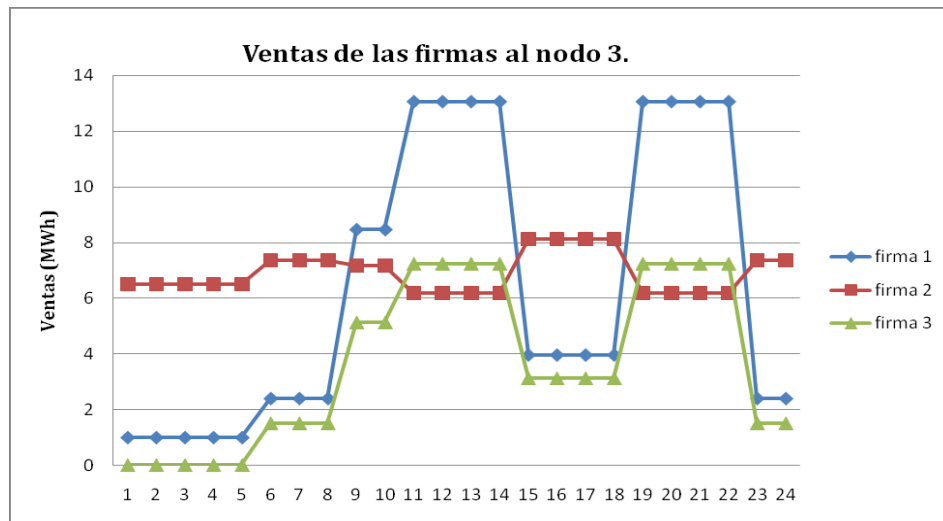


Figura 4.12 Ventas de las firmas al nodo 3 en congestión.

Producto del comportamiento de las ventas, la firma 1 es la que más genera en los periodos de mayor demanda, debido a que la congestión no se presenta en las líneas

que la conectan al sistema y adicionalmente, por sus costos marginales aparece como un recurso mas barato que el de la firma 3. Por su parte la firma 2 es la que menos genera en estos periodos, pasa de ser la de mayor generación en el caso base a ser la de menor para estos mismos periodos, mientras que en los periodos de demanda baja, la firma 2 es la que más genera debido a la libre circulación de su producción y bajo costo; es decir, se refleja el comportamiento de las ventas. Se presenta una redistribución en la forma de atender la demanda frente al caso base, donde la firma 1 parece salir beneficiada.

Las utilidades de las firmas reflejan el comportamiento de las variables descritas, en consecuencia la firma 1 obtiene las mayores utilidades en las horas de mayor demanda como se observa en la figura 4.13, no obstante, al totalizar las utilidades en el día, las mayores las obtiene la firma 2. Adicionalmente, tanto la utilidad promedio como la utilidad total del sistema bajo congestión son superiores a las del caso base. Por otra parte, la firma 1 y la firma 3 mejoran sus utilidades en congestión, lo opuesto sucede para la firma 2; finalmente, las utilidades tienen el mismo comportamiento del caso base.

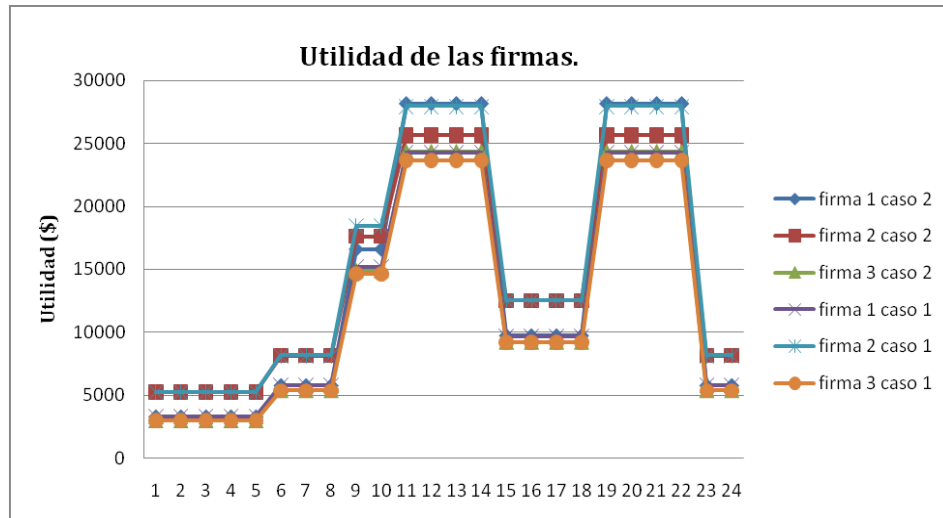


Figura 4.13 Utilidad de la firma 1 en congestión y caso base.

Observando integralmente el comportamiento de las variables descritas, es notable el efecto de la congestión en el sistema ya que modifica significativamente valores y patrones de comportamiento en algunos casos para dichas variables, se puede inferir que la firma 1 y la firma 3 se han beneficiado con la congestión, pues sus utilidades

respecto al caso base crecen para periodos de alta demanda, dado que la línea 7 no las conecta al sistema, es decir, su ubicación en el sistema las favorece en esta congestión en particular, deja en evidencia la trascendencia de la ubicación en la topología del sistema; para la firma 2 sucede lo contrario, por causa de la línea 7, la cual es una de sus conexiones al sistema.

El efecto de la congestión finalmente se traduce en cambios en la participación de las firmas en el mercado, así como en el margen precio costo respecto al caso base, en otras palabras, en el poder de mercado de cada una de ellas. Para la firma 1, el índice de Lerner (L_x) tiene sus valores más altos en las horas donde se presenta la mayor congestión o demanda, su mayor poder de mercado se presenta en el nodo 5. Por su parte, la firma 2 ejerce el mayor poder del sistema en el nodo 3 en las horas de menor demanda, y en el nodo 5 para las de mayor demanda. El índice para la firma 3 se comporta análogamente a la firma 1, aunque con valores mucho menores. En la figura 4.14 se observa el comportamiento del L_x en el nodo 1, en las primeras horas el mayor poder lo ejerce la firma 2, posteriormente, lo ejercen la firma 1 y la firma 2 en las horas de mayor y menor demanda respectivamente; la firma 2 pierde participación en las horas de mayor demanda debido a la congestión, y pierde poder pues la diferencia entre el precio del nodo y su costo marginal no es lo suficientemente grande; por su parte la firma 3 es la que ejerce el menor poder.

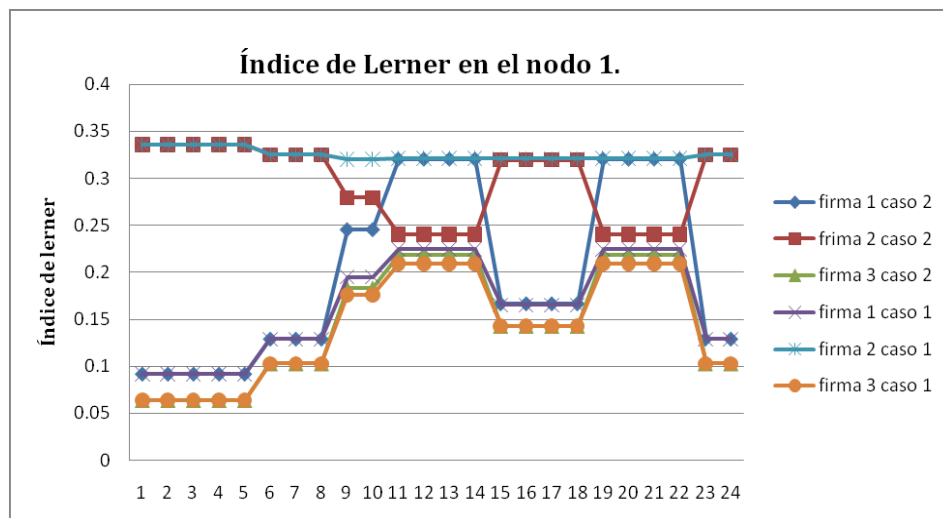


Figura 4.14 Índice de Lerner en el nodo 1 en congestión.

Frente al caso base, la tendencia del Lx de la firma 1 se mantiene, no obstante, para las horas de mayor demanda el Lx aumenta en todos los nodos, como consecuencia de la congestión; la mayor diferencia se presenta en el nodo 1, la menor variación se presenta en el nodo 3; el Lx de la firma 1 refleja el beneficio obtenido en sus utilidades por cuenta de la congestión.

El fenómeno de la congestión traslada el poder de mercado hacia las firmas que se han beneficiado en ventas y utilidades, especialmente en la horas de alta demanda; el motivo principal es la ubicación privilegiada ante la congestión presentada. Como complemento se presenta la figura 4.15. Para la firma 3, el Lx mantiene la tendencia del caso base. En todos los casos los valores del Lx tienen incidencia medio baja dados sus valores; cabe mencionar que a pesar de la congestión en la línea 7, el Lx máximo del sistema es de igual magnitud que el presentado en el caso base; aunque el poder aumenta para algunas firmas, este poder según sus índices se clasifica con una incidencia o concentración medio baja, de acuerdo con la tabla 2.6.

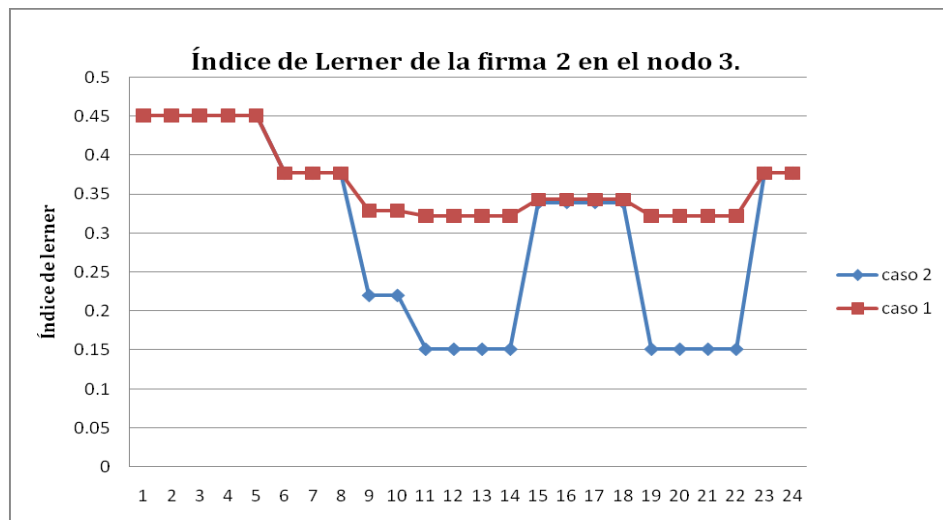


Figura 4.15 Índice de Lerner de la firma 2 en el nodo 3.

En general, los cambios frente al caso base se presentan en las horas de demanda alta, horas donde se presenta la congestión de la línea 7, se distorsionan: los precios, los consumos, las ventas, las utilidades y el índice de lerner.

En síntesis, ante un sistema que presenta fenómenos de congestión en sus líneas, la ubicación topológica de las unidades de generación y de las demandas juegan un papel

fundamental; al presentarse congestión, la ubicación de las generaciones y las demandas frente a esta determinan: la forma como se emplearán los recursos de generación para abastecer las demandas; el uso de recursos costosos; la dinámica del precio y el consumo en los nodos; y en consecuencia, el poder de mercado de las firmas. Este último disminuye para las firmas que se conectan a las líneas congestionadas, y aumenta en el caso contrario, esto producto de la participación de las firmas en el mercado. De igual manera, los mayores cambios en la demanda los experimentan nodos conectados a estas líneas congestionadas, sus precios se incrementan y sus consumos se reducen, en la medida que sea necesario el uso de recursos costosos para abastecer dichas demandas. Luego, las medidas de regulación de poder de mercado no deben estar aisladas del planeamiento de la red de transmisión.

4.5. Caso 3: Restricción de rampas de la firma 1.

En este escenario se modifican las rampas de subida y de bajada del generador de la firma 1 del caso base, los valores para UR y DR son 20(MW/h) y 30(MW/h) respectivamente, las líneas permanecen con capacidad ilimitada; se busca observar el efecto que sobre el caso relajado tiene la restricción en las rampas, el cual es un parámetro técnico y depende de la tecnología de la unidad de generación; es preciso mencionar que las restricciones correspondientes a las velocidades de toma y deslastre de carga son las que acoplan el modelo en el tiempo.

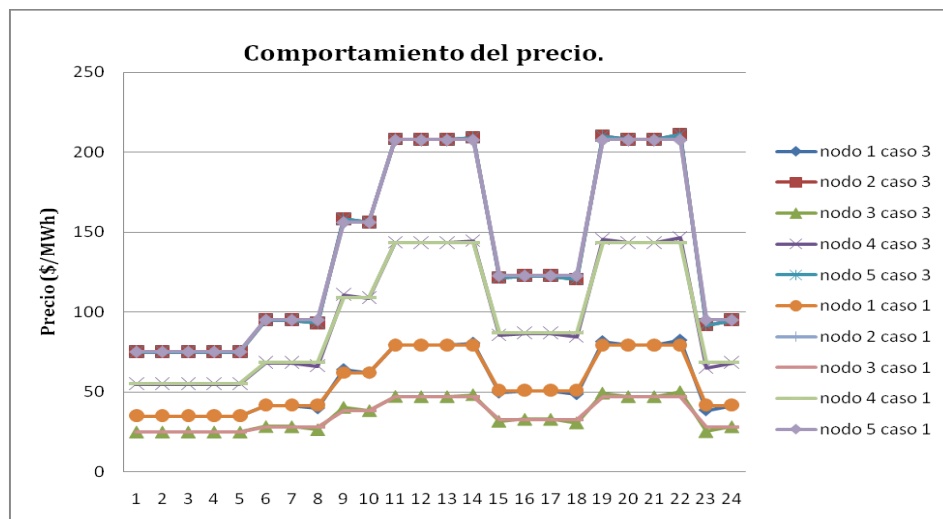


Figura 4.16 Comportamiento del precio en los nodos, en restricción de rampas y en el caso base.

De acuerdo con los resultados de la simulación, se observa que la restricción asociada a la velocidad de toma (UR) del generador de la firma 1 incide en las horas 6, 9, 11, 19, debido a un incremento del nivel de demanda establecido por la curva de demanda, que no puede ser seguido por esta firma, dada su velocidad de toma; de igual forma la restricción asociada a la velocidad de deslastre (DR) de este generador incide en las horas 15, y 23, debido a una reducción del nivel de demanda que no puede ser seguido por la velocidad de deslastre; dichos fenómenos son mas fuertes en las horas donde la curva de demanda presenta grandes cambios en sus valores; es decir, estas velocidades limitan la dinámica de la demanda.

Respecto al caso base, los precios mas altos y mas bajos se presentan en los mismos nodos como se ilustra en la figura 4.16; a pesar de los límites en rampas la tendencia del caso base se sostiene. Los incrementos o las reducciones en los precios frente al caso base se presentan especialmente en las horas donde hay cambios drásticos en la curva de demanda, precisamente donde las velocidades de las rampas tienen mayor incidencia.

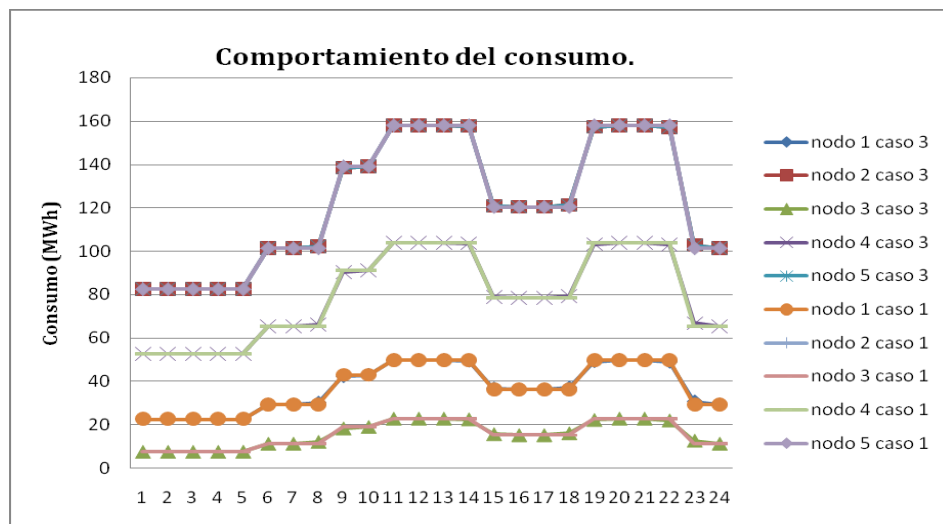


Figura 4.17 Comportamiento del consumo en los nodos, en restricción de rampas y en el caso base.

El comportamiento de los precios se relaciona con el de los consumos y este a su vez con las ventas de las firmas; dada la relación establecida por la curva de demanda, un fenómeno similar al presentado en los precios de los nodos se presenta en el consumo de los mismos, en el sentido que los consumos del sistema varían respecto al caso base en las horas donde se presentan cambios súbitos en la curva de demanda y las restricciones asociadas a las velocidades inciden directamente, como se observa en la gráfica 4.17. Se aprecia que en las horas donde se tienen precios por encima del caso base, la demanda baja respecto al caso base, en forma análoga, en las horas con precios inferiores al caso base, la demanda es mayor, lo cual es un reflejo de la relación establecida en las curvas de demanda. Estos cambios en las curvas de precios y consumos frente al caso base se presentan por la restricción en las velocidades de toma y deslastre de la firma 1; se tiene que empezar a tomar carga previamente y no lo puede hacer inmediatamente donde la demanda aumenta y de igual forma tiene que empezar a disminuir carga previo al final del periodo de la demanda máxima. En consecuencia, cuando la demanda aumenta, las firmas 2 y 3 suplen la energía que no puede entregar la firma 1 por las velocidades de sus rampas; caso contrario se presenta cuando la demanda disminuye.

El efecto de las rampas de la firma 1 también se manifiesta en las ventas de las otras firmas, ya que las restricciones técnicas de la firma 1 se trasladan a la formación del precio en los nodos; las firmas 2 y 3 se adaptan a esta restricción con el fin de obtener un precio que les permita rentabilidad, en otras palabras, las velocidades de rampas de la firma 1 inciden directamente en las estrategias que constituyen el equilibrio de Nash-Cournot, y se genera un cambio en el patrón de comportamiento de las ventas de las firmas respecto al caso base. Las ventas de la firma 3 superan las de la firma 1 en las horas donde la demanda aumenta, lo cual contribuye al incremento del precio en las horas respectivas, dado el alto costo del recurso de la firma 3; como se ha mencionado, el fenómeno es generado por las velocidades de toma y descarga de la firma 1, las cuales la llevan a no poder seguir la demanda con flexibilidad, y producto de eso hay una participación activa de la firma 3.

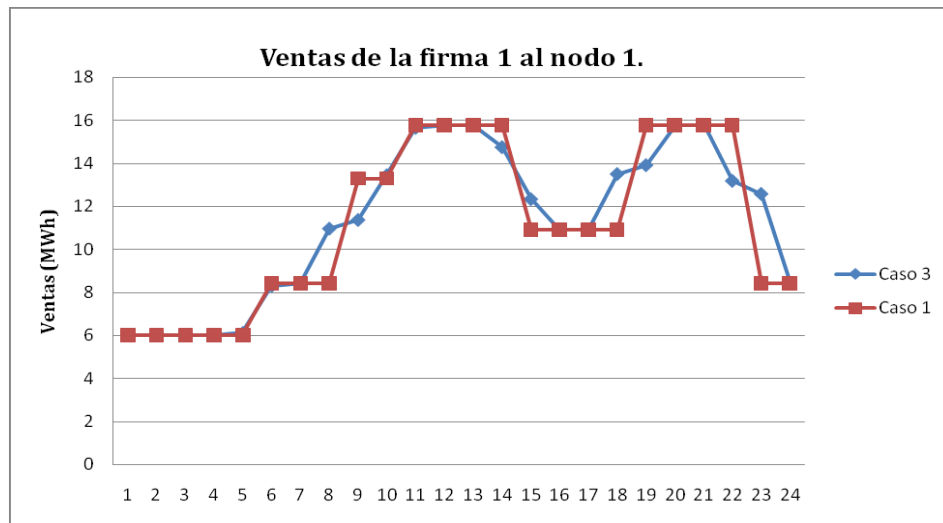


Figura 4.18 Ventas de la firma 1 al nodo 1, en restricción de rampas y en el caso base.

La figura 4.18 ilustra como la desviación de las ventas de la firma 1 al nodo 1 respecto al caso base inicia previamente a un aumento significativo en la demanda, su producción se empieza a incrementar desde la hora 7 para poder llegar a los niveles de máxima demanda en el momento requerido, un comportamiento análogo se presenta previo a un descenso significativo de la demanda; un comportamiento similar se da en los otros nodos. Para la firma 2 la desviación respecto el caso base es diferente a la presentada por la firma 1, las desviaciones de la firma 2 se dan exactamente en horas donde hay cambios en la demanda, representan una compensación debido al comportamiento de la firma 1, es decir, vende mas en las horas donde suple el déficit de la firma 1, y vende menos cuando la firma 1 no puede reducir su producción rápidamente; comportamiento similar se presenta en los demás nodos; la firma 3 presenta el mismo comportamiento respecto al caso base que la firma 2.

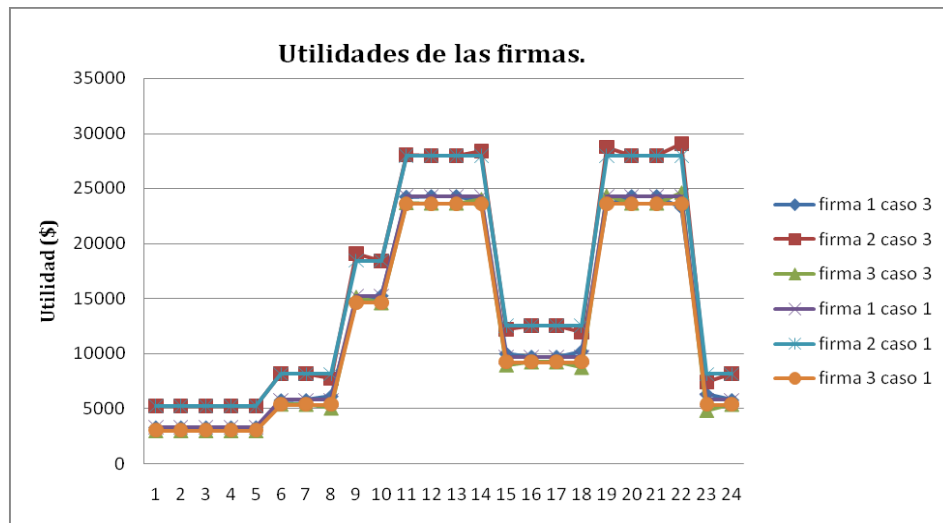


Figura 4.19 Comportamiento de las utilidades de las firmas, en restricción de rampas y en el caso base.

De acuerdo con la gráfica 4.19, las utilidades de las firmas 2 y 3 tienen el mismo comportamiento; en concordancia con las ventas, las utilidades de la firma 3 son mayores que las de la firma 1 en las mismas horas que lo hicieron las ventas y análogamente para las horas en que las utilidades de la firma 3 son menores; es preciso mencionar que las utilidades de la firma 1 no son siempre las más bajas del sistema, ya que en los periodos donde estabiliza su producción puede vender más que la firma 3 dado el alto costo del recurso de esta última. Adicionalmente, la firma con mayores utilidades es la firma 2, dado su mayor volumen de ventas y sus bajos costos, de igual manera que el caso base. Las firmas más beneficiadas en este escenario son la firma 2 y la firma 3, aunque para esta última sea solo en algunas horas; este beneficio es relativo pues la firma 1 también aparece beneficiada en algunas horas, sin embargo, respecto al caso base, es la firma 2 la que registra las mayores utilidades al totalizarlas al final del día.

El efecto de las velocidades de toma y deslastre de carga de la firma 1, finalmente se traduce en un cambio de la participación y del índice de lerner de las firmas respecto al caso base. Los principales cambios en el Lx de las firmas frente al Lx de estas en el caso base se presentan en las horas donde las restricciones asociadas a las velocidades de las rampas inciden, es decir, las horas donde la demanda aumenta o disminuye súbitamente; el Lx para las firmas 2 y 3 supera al del caso base cuando el Lx de la firma 1 es inferior al del caso base, de igual forma el Lx de la firma 1 supera al del caso

base cuando los L_x de las firmas 2 y 3 son inferiores; sin embargo, la firma con mayor poder sigue siendo la firma 2, mientras que el segundo lugar se alterna entre las firmas 1 y 3, como complemento se presenta la figura 4.20, la cual ilustra el comportamiento del L_x en el nodo 1, el cual se reproduce en los nodos restantes. Es preciso mencionar que ante unas rampas mas severas o restringidas el efecto sería más pronunciado.

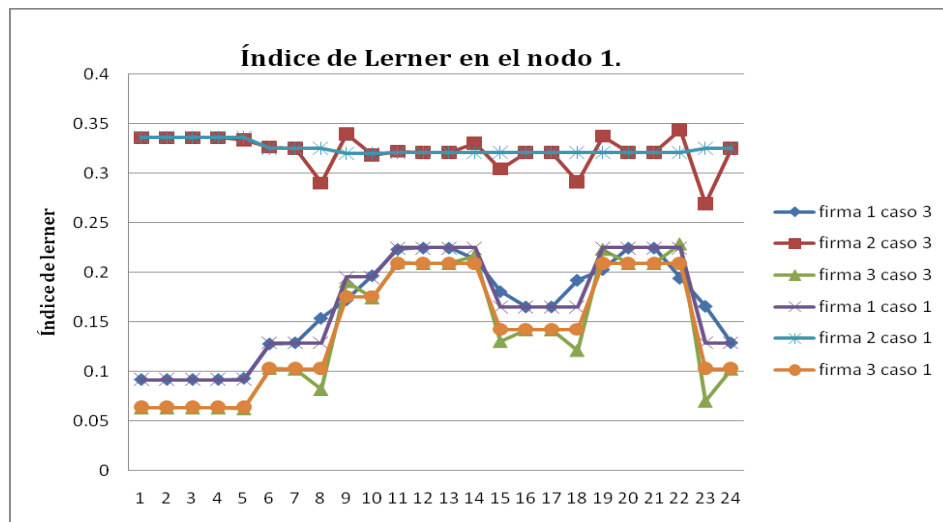


Figura 4.20 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, en restricción de rampas y en el caso base.

En síntesis, en un sistema con velocidades de rampa reducidas, estas afectan las variables del sistema en momentos donde se experimentan cambios súbitos en la demanda; la incapacidad de las unidades de seguir la dinámica de la demanda como se requiere cuando esta aumenta, hace necesario emplear recursos con la habilidad para hacerlo y suplir los faltantes, aún si son de un costo mayor; caso contrario se presenta cuando la demanda reduce su consumo, en este caso, es necesario disminuir la producción de las unidades con la flexibilidad para hacerlo, pues la firma con la restricción en las velocidades de rampas es incapaz de hacerlo a la velocidad requerida. Adicionalmente, estas restricciones en las velocidades favorecen el poder de mercado de las firmas que suplen el déficit de la firma con restricciones cuando es requerido; y de igual forma el poder de la propia firma restringida cuando la producción de las demás firmas debe ser reducido. Finalmente, es preciso tener en cuenta que las medidas de regulación de poder de mercado no deben estar aisladas del planeamiento de la expansión de generación, y de la tecnología de las unidades de

generación empleadas por la firmas, pues como se ha visto, este es un factor con incidencia en la formación de poder de mercado.

4.6. Caso 4: Restricción de la capacidad de generación de la firma 2.

En este escenario se modifica la capacidad de generación de la firma 2 del caso base, se reduce de 360MW a 150MW, las capacidades de las líneas y de las velocidades de rampas permanecen ilimitadas. El objetivo es observar el efecto que sobre el caso base tiene la restricción de capacidad de generación de la firma más barata del sistema según su costo marginal.

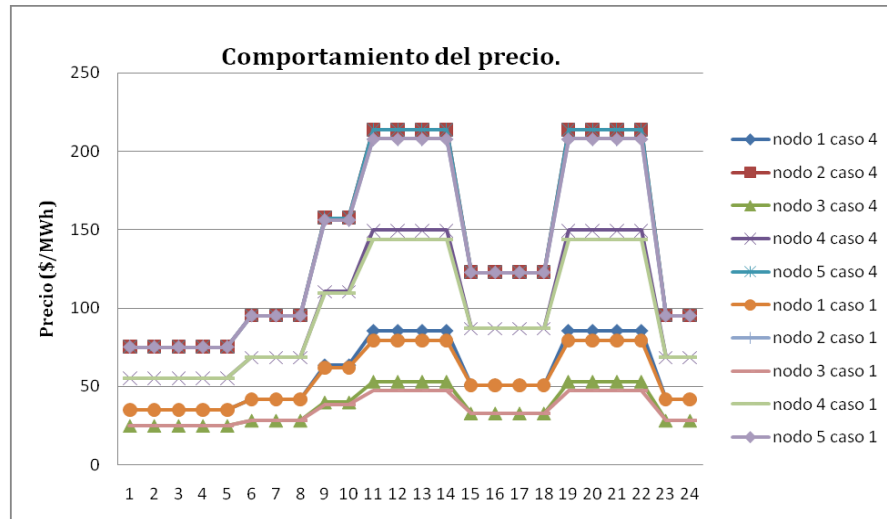


Figura 4.21 Comportamiento del precio en los nodos, en restricción de capacidad y en el caso base.

De acuerdo con los resultados de la simulación, se observa que la restricción asociada a la capacidad de generación de la firma 2 se activa desde la hora 9 hasta la hora 14, y de la hora 19 hasta la hora 22, los cuales son periodos de alta demanda. Respecto al caso base, los precios más altos se presentan en los mismos nodos y se sigue el mismo patrón a pesar de la restricción de capacidad de la firma 2, como se ilustra en la figura 4.21. El incremento en los precios se presenta en las horas de mayor demanda, fenómeno que se produce por la incapacidad de la firma 2 de suplir una mayor cantidad de energía a las demandas del sistema, es decir, la restricción de capacidad

de la firma está activa, en consecuencia se requiere de recursos con mayor costo para suplir enteramente las demandas del sistema.

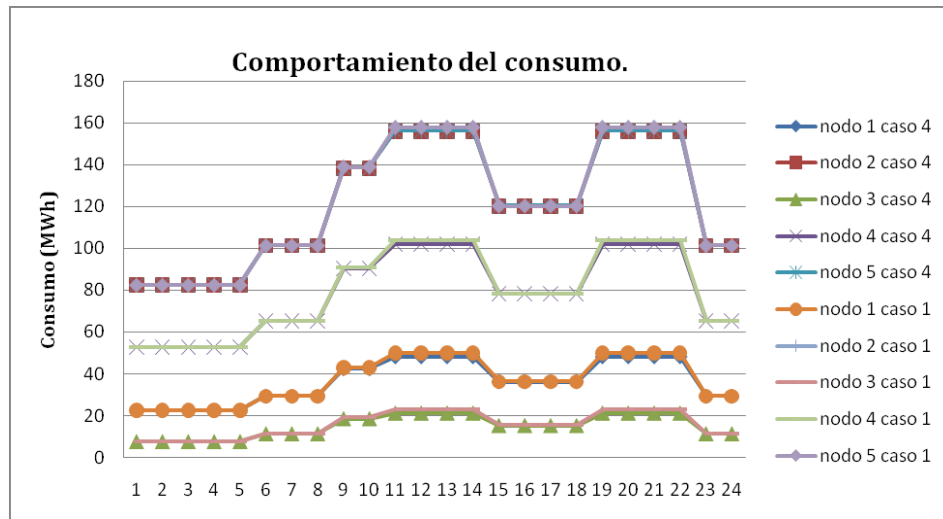


Figura 4.22 Comportamiento del consumo en los nodos, en restricción de capacidad y en el caso base.

Dada la relación establecida por la curva de demanda, el comportamiento de los precios se relaciona con el comportamiento de los consumos y este a su vez con el de las ventas; un comportamiento similar al presentado por los precios en los nodos se presenta en el consumo de estos, en el sentido que los consumos varían respecto al caso base en horas donde la demanda es alta y la restricción de capacidad de la firma 2 se activa, como se aprecia en la figura 4.22. Se observa que respecto al caso base, el consumo en los nodos en las horas de alta demanda disminuye a diferencia del precio. Este fenómeno se debe a la necesidad de emplear recursos costosos como las firmas 1 y 3, las cuales requieren unos niveles de precio superiores para hacer rentable su producción, esto se logra fijando a través de las ventas el consumo requerido para un precio rentable. Desde el punto de vista de la demanda, esta es una condición desfavorable, pues respecto al caso base se genera un menor consumo a un precio más alto.

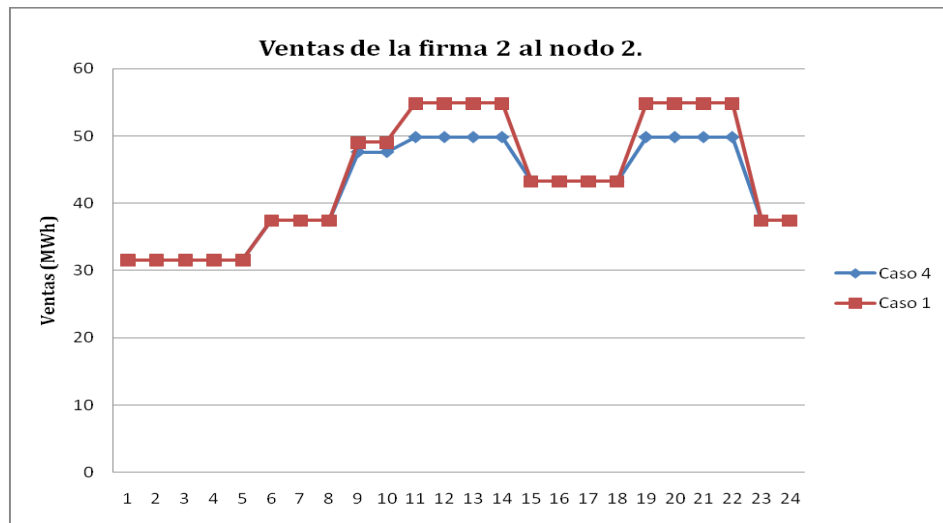


Figura 4.23 Ventas de la firma 2 al nodo 2, en restricción de capacidad y en el caso base.

El efecto de la restricción de capacidad de la firma 2 tiene una incidencia directa en las ventas de las otras firmas, pues la restricción de la firma 2 incide en la formación del precio en los nodos, en otras palabras incide en las variables que determinan el equilibrio de Nash-Cournot. Respecto al caso base, las ventas de la firma 2 disminuyen en las horas de alta demanda producto de su restricción, como se presenta en la figura 4.23; lo opuesto sucede con las ventas de las firmas restantes, siendo la firma 1 la de mayores ventas, seguida de la firma 3, lo anterior a causa de un costo mas bajo de la firma 1 frente a la firma 3. Adicionalmente, las firmas 1 y 3 mantienen el patrón de caso base, la firma 2 tiene un comportamiento opuesto en las horas de alta demanda para los nodos 1 y 3, ya que en estas horas prefiere vender su energía a nodos con mejores precios, un fenómeno similar al presentado en el caso 2. Como consecuencia de lo anterior la firma 2 es la de menor generación en el sistema.

En concordancia con las variables descritas anteriormente, las utilidades de la firma 1 en horas de demanda alta son superiores a las de las firmas 2 y 3, es decir, la firma 1 se beneficia en estos periodos, sin embargo, al totalizar las utilidades al final del día, la firma 2 continúa con las mayores utilidades.

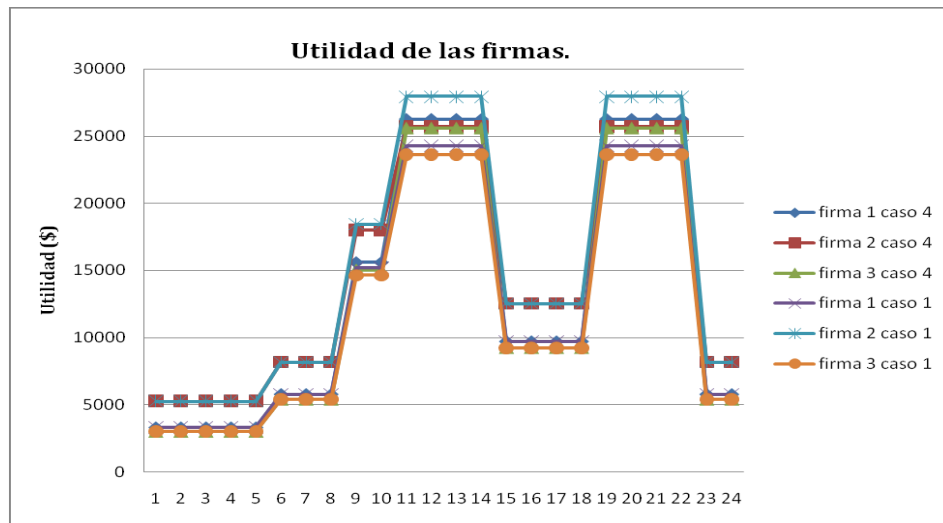


Figura 4.24 Comportamiento de las utilidades de las firmas, en restricción de capacidad y en el caso base.

Respecto al caso base, las utilidades de las firmas 1 y 3 se incrementan en horas de alta demanda, mientras que las de la firma 2 decrecen, lo cual es un reflejo de la activación de la restricción de capacidad asociada a la firma 2; luego, las firmas 1 y 3 se benefician de este escenario y lo contrario sucede para la firma 2; adicionalmente, como se ilustra en la figura 4.24 las utilidades de las firmas siguen el mismo patrón.

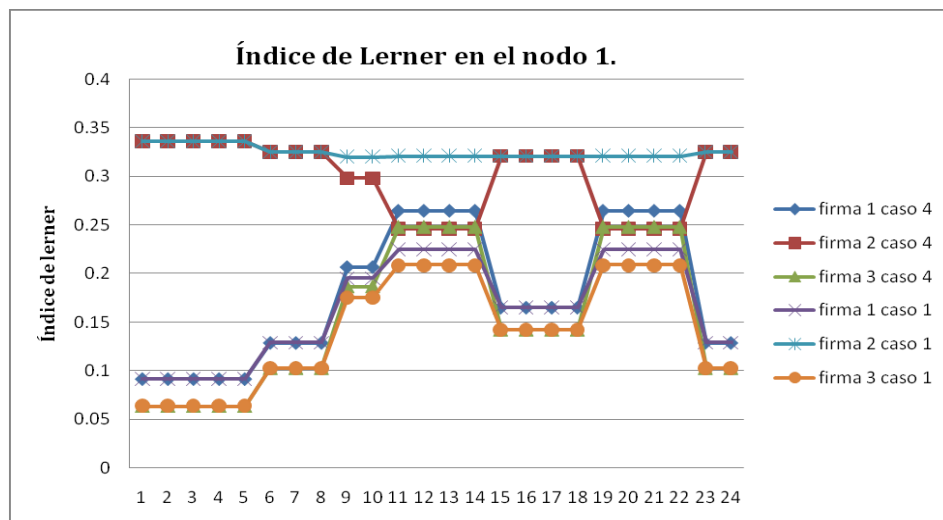


Figura 4.25 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, en restricción de capacidad y en el caso base.

El efecto de la capacidad limitada de generación de la firma 2 se traduce en un cambio de la participación y del índice de lerner de las firmas respecto al caso base. Los cambios del Lx respecto al caso base se presentan en las horas donde la restricción de capacidad de la firma 2 se encuentra activa, es decir, en las horas de mayor demanda; el Lx para las firmas 1 y 3 supera al del caso base en estas horas, mientras que para la firma 2 es inferior en estos mismos periodos. Como complemento se presenta la figura 4.25 la cual presenta el comportamiento en el nodo 1, este se reproduce en los nodos restantes.

En síntesis, en un sistema con firmas con capacidad de generación reducida, las variables del sistema se afectan principalmente en las horas donde las demandas de energía son altas, y se hace necesario abastecer con recursos alternativos, entre los cuales pueden haber recursos más costosos, los cuales incrementan los precios en todo el sistema. Es preciso mencionar que esta restricción puede ser una característica técnica de la unidad de generación ó una decisión unilateral de una firma, esta última es una manera de incrementar precios y configurar así un ejercicio de poder de mercado, siempre y cuando exista una mayor rentabilidad al hacer esto para la firma que reduce la capacidad.

4.7. Caso 5: Aumento de la sensibilidad de la demanda.

En este escenario, la sensibilidad de la demanda se duplica respecto a la sensibilidad del caso base, es decir, la demanda tiene una reacción mayor ante cambios en el precio; el objetivo es observar el efecto que sobre el caso base tiene esta característica de la demanda, es decir, su efecto sobre el equilibrio de Nash-Cournot normalizado respectivo. De acuerdo con los resultados de la simulación, el fenómeno que predomina es una reducción en los precios, consumos, ventas de las firmas 1 y 3, generaciones y utilidades frente al caso base, aunque esta reducción es mayor en los precios y en consecuencia en las utilidades. Dicho fenómeno se presenta en todo el día, aunque con mayor fuerza en las horas de demanda alta; el motivo es la mayor sensibilidad en la demanda, la cual, al limitar su consumo en una mayor proporción que en el caso base ante un cambio en el precio, estimula o establece precios más bajos para los consumos; en consecuencia, las firmas actúan y fijan valores de ventas que hacen rentable su operación, aunque su rentabilidad es menor que en el caso base, dado los precios a los cuales se consume.

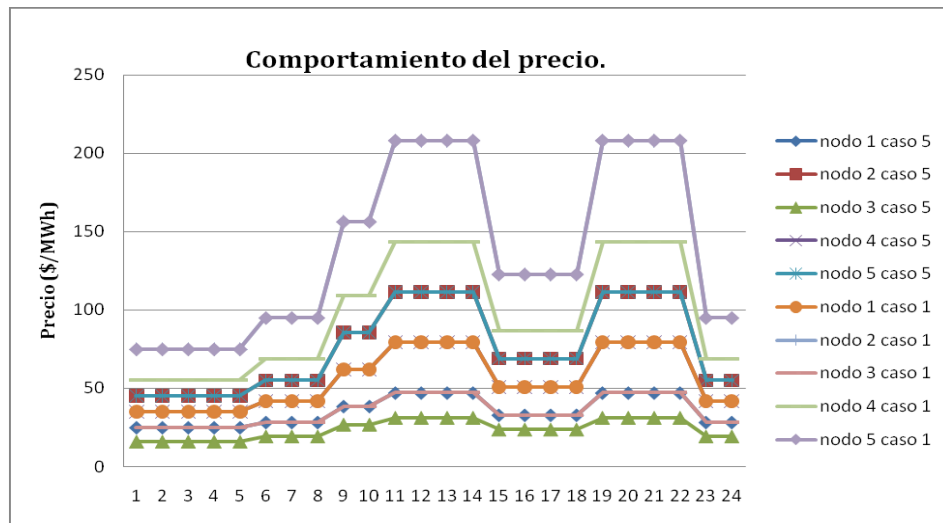


Figura 4.26 Comportamiento del precio en los nodos, con aumento de sensibilidad y en el caso base.

Respecto al caso base, la reducción en los precios es considerable, especialmente en las horas con alta demanda, como se observa en la figura 4.26, producto de la sensibilidad de la demanda, de igual forma, los precios más altos y más bajos se presentan en los mismos nodos, y se mantiene la tendencia del caso base.

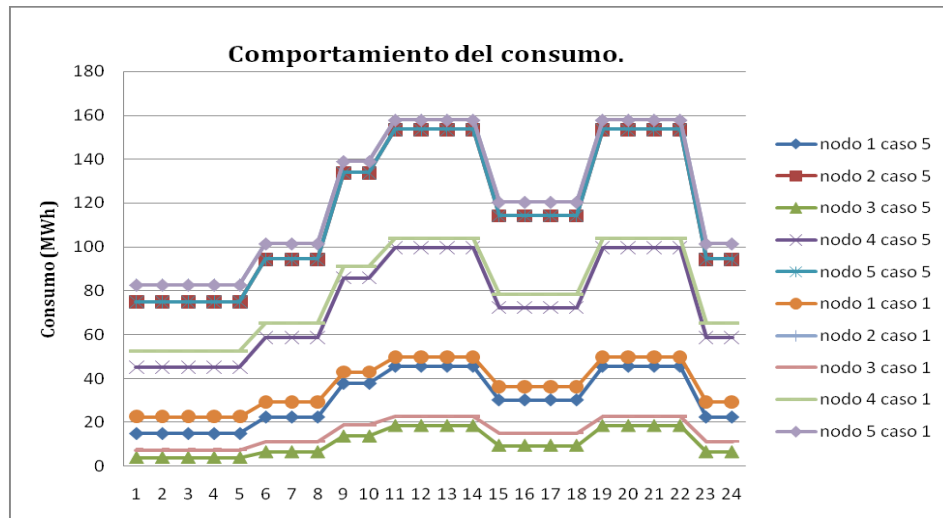


Figura 4.27 Comportamiento del consumo en los nodos, con aumento de sensibilidad y en el caso base.

El comportamiento de los precios se relaciona con el de los consumos, y este a su vez con las ventas de las firmas; dada la relación establecida por la curva de demanda, un comportamiento similar al presentado en los precios se presenta en los consumos de los nodos, en el sentido que la variación de los consumos respecto al caso base se presenta durante todo el día y se mantiene la tendencia, como se ilustra en la figura 4.27. Respecto al caso base, el fenómeno generalizado es una reducción de consumo aunque en una menor proporción; dichos cambios son causados por una mayor sensibilidad en la curva de demanda, pues este es el consumo establecido por las ventas de las firmas con el fin de obtener un precio que les permita rentabilidad; no buscan un precio mayor porque la sensibilidad de la demanda reduce el consumo y fija un consumo mucho menor, lo cual es menos rentable para las firmas. Se establecen entonces consumos cercanos a los del caso base a unos precios mucho menores, lo cual es una situación favorable para la demanda.

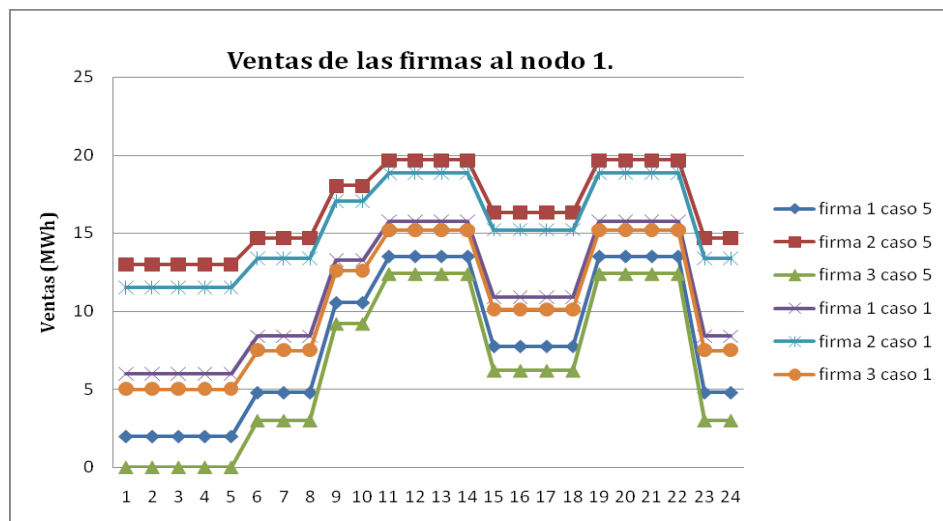


Figura 4.28 Ventas de las firmas al nodo 1, con aumento de sensibilidad y en el caso base.

El efecto del aumento de la sensibilidad de la demanda se manifiesta en las ventas de las firmas, dado que la mayor sensibilidad de la demanda incide directamente en la formación del precio y el consumo, y en consecuencia en las ventas de las firmas, las cuales constituyen el conjunto de estrategias del equilibrio de Nash-Cournot. Respecto al caso base las firmas 1 y 3 disminuyen sus ventas, mientras que las de la firma 2 aumentan, ya que por sus costos esta requiere un margen entre el precio y el costo menor que las firmas 1 y 3 para ser rentable. Adicionalmente, las ventas mantienen la

tendencia presentada en el caso base; la figura 4.28 ilustra la situación para el nodo 1, sin embargo, un comportamiento similar se presenta en los nodos restantes, y en la generación de las firmas durante el día.

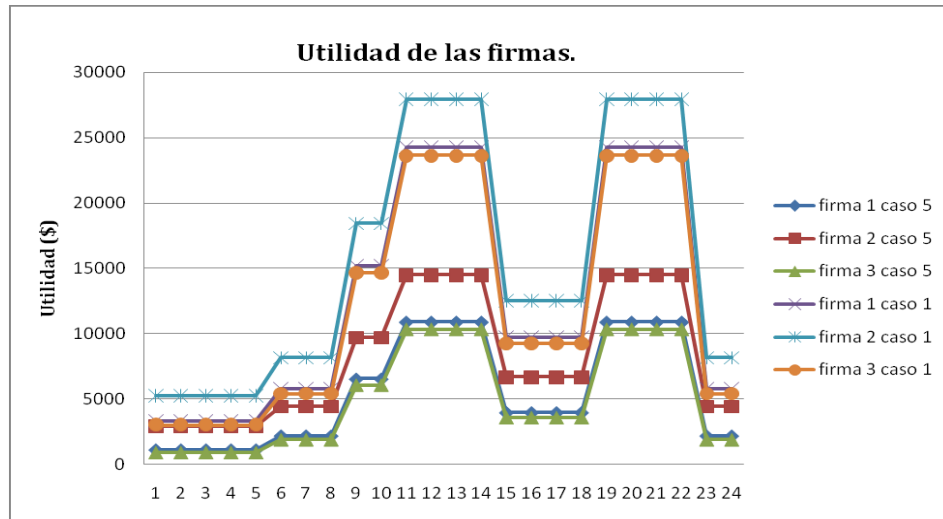


Figura 4.29 Utilidades de las firmas, con aumento de sensibilidad y en el caso base.

De acuerdo con la figura 4.29, las utilidades de las firmas son considerablemente inferiores a las presentadas en el caso base, se mantiene la tendencia del mismo y de nuevo la firma 2 presenta las mayores utilidades. La reducción de las utilidades frente al caso base se presenta principalmente en las horas de mayor demanda, dichas reducciones en las utilidades son producto del aumento de la sensibilidad de la demanda, la cual estimula precios bajos para sus consumos, se produce entonces un margen bajo entre el precio y el costo, determinando así una utilidad menor respecto al caso base, sin embargo, las firmas continúan percibiendo utilidades. Es preciso mencionar que aunque las utilidades de la firma 2 se reducen frente al caso base, lo propio no sucede con las ventas de dicha firma, lo anterior se debe a que esta firma es una firma barata en costos, y puede adaptarse mejor a una demanda con precios bajos, es este sentido, puede aumentar levemente su producción y capitalizar una buena utilidad. En conclusión, ninguna firma sale favorecida en este escenario, por el contrario, se favorece la demanda al tener consumos cercanos al caso base a precios mucho menores.

El efecto del aumento en la sensibilidad de la demanda, finalmente se traduce en un cambio de la participación y del índice de lerner de las firmas respecto al caso base. Se

observa que lo predominante es una reducción del L_x de las firmas frente al caso base, producto de un menor margen entre el precio y el costo para este escenario; se presentan algunas excepciones para el L_x de la firma 2 en los nodos 1 y 3, ya que a pesar que el margen precio costo se reduce, la participación de dicha firma en estas horas aumenta dada su capacidad de obtener rentabilidad a un menor precio que las otras firmas; adicionalmente, se mantiene la tendencia del caso base, con las excepciones mencionadas para la firma 2. La firma 2 continúa siendo la de mayor poder, sin embargo, es preciso mencionar que aunque la firma 2 incrementa sus índices respecto al caso base para algunas horas en los nodos 1 y 3, su utilidad respecto al caso base no es mayor, es decir, en este caso mayor índice de Lerner no representa necesariamente una mayor utilidad; como complemento se presenta la gráfica 4.30, la cual ilustra el comportamiento para el nodo 1, los demás nodos tienen un comportamiento similar.

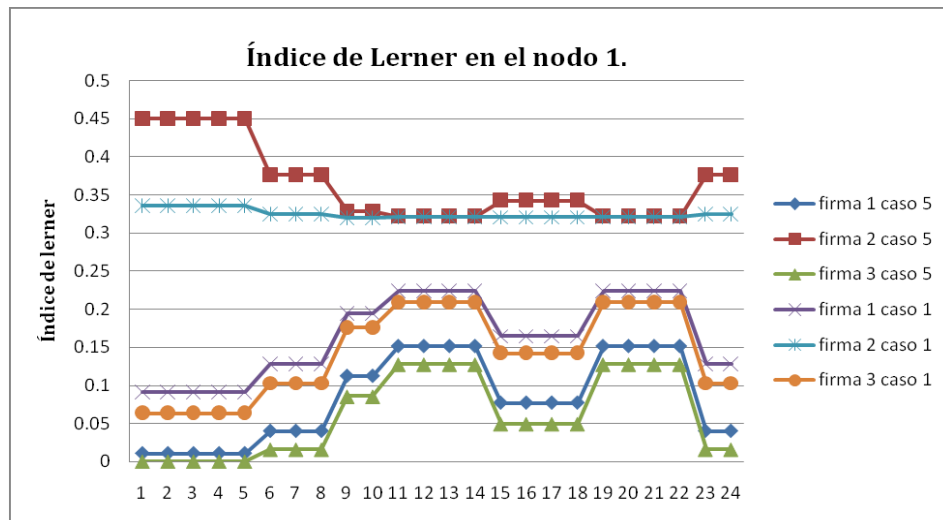


Figura 4.30 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, con aumento de sensibilidad y en el caso base.

En síntesis, en un sistema con sensibilidad de la demanda ante cambios en el precio, y sin restricciones activas asociadas a capacidad de transmisión de líneas, capacidad de generación, y velocidades de toma y deslastre de carga; se presenta un fenómeno predominante respecto a un sistema con menos sensibilidad en la demanda, que consiste en una disminución de los precios, consumos, ventas, y utilidades; dicha disminución es mayor en los precios y en consecuencia en las utilidades. Adicionalmente, los efectos del aumento de sensibilidad son permanentes, aunque se

acentúan en periodos de demanda alta. En este conetexto, las demandas se favorecen al consumir a un bajo precio, mientras que las firmas deben vender su producción a un precio menor, reflejandose directamente en su utilidad, con una mayor incidencia en firmas con costos altos. En consecuencia, la sensibilidad de la demanda tiene un efecto directo en el poder de mercado de las firmas, la magnitud de este en general se reduce, al originar el sistema un menor margen entre el precio y el costo, y una participación menor de las firmas costosas. Finalmente, un incremento en la sensibilidad de la demanda, puede contribuir a un reducción en el poder de mercado, y representa adicionalmente una caracterísitca favorable para la demanda, manteniendo utilidades paras las firmas.

4.8. Caso 6: Caso restringido.

Este escenario presenta varios cambios frente al caso base, estos se presentan en las tablas A.8 y A.9 de la sección A.3 del apéndice, los cambios se relacionan con reducción en la capacidad de transmisión de las líneas, principalmente 6 y 7; reducción de la capacidad de generación de la firma 1, reducción en las velocidades de rampa de las firmas 1 y 3. El objetivo es observar el efecto de estas restricciones sobre el caso base.

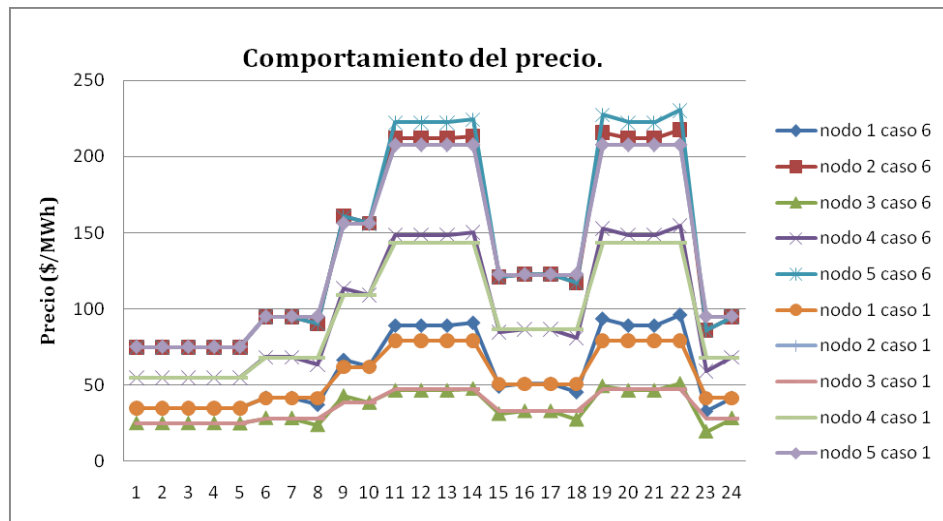


Figura 4.31 Comportamiento del precio en los nodos en el caso restringido y en el caso base.

De acuerdo con los resultados de la simulación, se observa que las restricciones asociadas a la capacidad de trasmisión de la línea 7 y la capacidad de generación de la firma 1 se activan desde la hora 11 hasta la hora 14, y desde la hora 19 hasta la hora 22, que son los periodos de mayor demanda; de igual manera las restricciones asociadas a las velocidades de toma y deslastre de las firmas 1 y 3 inciden en las horas 6, 9, 11, 15, 19, y 23, horas donde se presentan cambios súbitos en los niveles de demanda.

Al presentarse todos estos fenómenos juntos se generan comportamientos en las variables del sistema vistos en los casos 2, 3 y 4; se presentan cambios respecto al comportamiento de las variables visto en el caso base, especialmente en las horas donde dichos fenómenos tienen mayor incidencia, como las horas de mayor demanda y horas con cambios súbitos en la demanda, adicionalmente, se prueba una vez más la importancia de la ubicación tanto de firmas como de demandas en el sistema. Como se observa en la figura 4.31, lo que predomina en los precios es un incremento de estos respecto al caso base y algunas variaciones puntuales, en las horas de incidencia de los fenómenos.

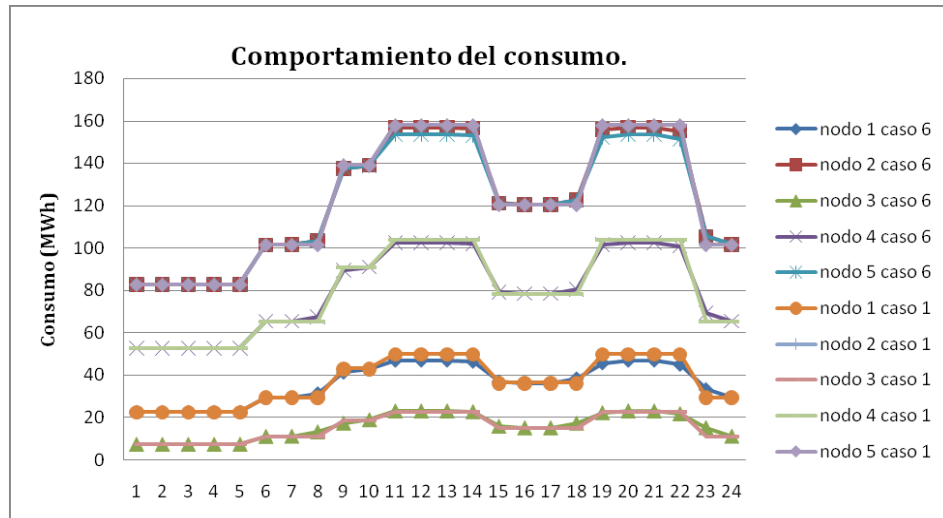


Figura 4.32 Comportamiento del consumo en los nodos en el caso restringido y en el caso base.

Como se aprecia en la figura 4.32, y dada su relación con los precios, el comportamiento predominante en el consumo es una reducción de este frente al del caso base, en las horas con incidencia de los fenómenos descritos inicialmente.

Se observa entonces que se consume menos a un precio más caro, lo cual es perjudicial para la demanda pero conveniente para las firmas.

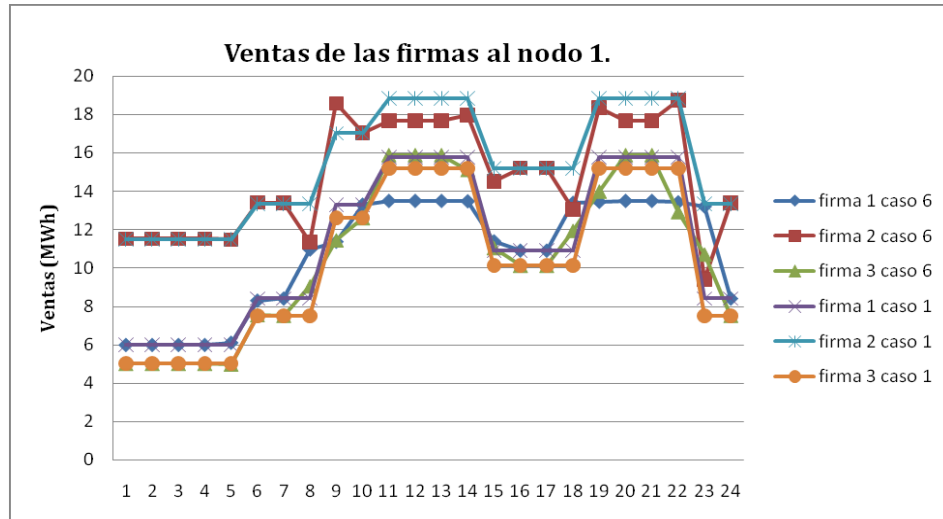


Figura 4.33 Ventas de las firmas al nodo 1 en el caso restringido y en el caso base.

De igual forma, las ventas respecto al caso base se modifican, ya que estas características se trasladan a la formación del precio, haciendo necesaria una reacción de las firmas con el fin de obtener un precio y una venta que les permita rentabilidad. Como se observa en la figura 4.33 para el nodo 1 y similarmente para los demás nodos; lo que predomina en las ventas respecto al caso base es una mayor participación de la firma 3 y una reducción de la misma para las firmas 1 y 2, especialmente en horas con incidencia de los fenómenos descritos inicialmente.

Como se observa en la figura 4.34, y consolidando el comportamiento de las demás variables, las utilidades respecto al caso base son superiores para las firmas 2 y 3, en horas con restricciones activas, mientras que las utilidades de la firma 1 permanecen casi invariantes, lo cual es interesante, porque aunque la capacidad de esta firma es mucho menor a la presentada en el caso base y en consecuencia sus ventas, este hecho no se refleja en igual proporción en sus utilidades, esto producto del incremento en los precios del sistema. Se evidencia como una firma puede eventualmente aumentar su utilidad al reducir su capacidad de generación, una forma de ejercer poder de mercado. Por su parte la firma 3 representa la firma con mayores beneficios en este escenario.

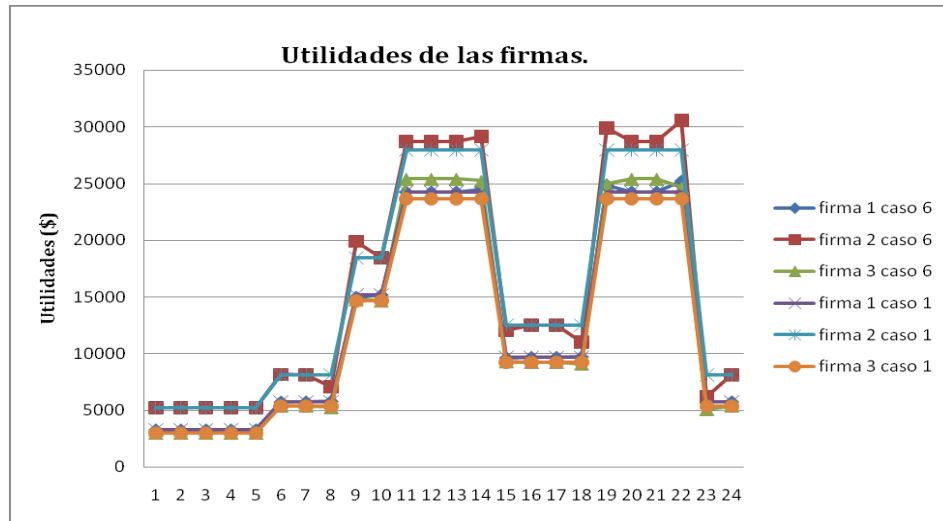


Figura 4.34 Utilidades de las firmas en el caso restringido y en el caso base.

Finalmente, el efecto de estos fenómenos se traduce en un cambio de la participación y del índice de lerner de las firmas respecto al caso base. Respecto al caso base, las firmas 2 y 3 incrementan sus índices mientras que para la firma 1 disminuyen. Como se observa en la figura 4.35 para el nodo 1 y similarmente para los demás nodos; este comportamiento, así como las fluctuaciones para la firma 2 se presentan en las horas con incidencia de los fenómenos descritos al inicio.

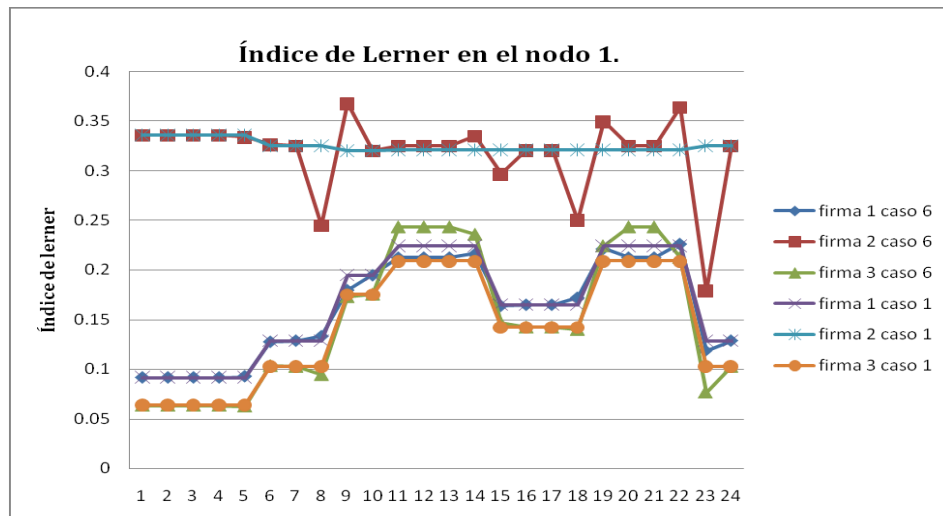


Figura 4.35 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, en el caso restringido y en el caso base.

Adicionalmente, el índice básico de poder de mercado IBP_f para las firmas para el caso 6 presenta los siguientes valores:

$$IBP_{f1} = 0.41 \quad IBP_{f2} = 0.61 \quad IBP_{f3} = 0.3$$

De acuerdo con la tabla 2.7, estos valores de IBP indican una incidencia medio baja de las firmas 1 y 3, mientras que una medio alta para la firma 2.

En síntesis, un sistema con presencia de fenómenos como congestión en líneas, capacidad limitada de generación, velocidades de toma y deslastre reducidas, y una demanda insensible a cambios en el precio; estimula niveles de precios altos para los consumos, al hacer necesario el uso de recursos costosos, perjudicando a la demanda mientras favorece las utilidades de las firmas. El ambiente es propicio para el ejercicio de poder de mercado, mediante la reducción de capacidad para incrementar precios. Se hace necesario entonces, medidas integrales para mitigar el poder de mercado que van desde la planeación del sistema de transmisión, hasta la planeación del sistema de generación, y otras medidas de mercado, es decir, el poder de mercado se afecta por diversas condiciones técnicas y de mercado, luego las medidas para reducir el poder de mercado deben surgir de un planeamiento integral del sistema eléctrico y del mercado y llegar a un mercado socialmente eficiente, es decir, consumos a precios moderados, manteniendo rentabilidad para las firmas.

4.9. Caso 7: Caso restringido con aumento en la sensibilidad en la demanda.

Este escenario, presenta una fusión de los casos 5 y 6 presentados en las secciones 4.7 y 4.8 respectivamente, es decir, un sistema con las limitantes del caso restringido y una demanda sensible ante cambios en el precio; se busca observar el efecto de estas características sobre el caso base. De acuerdo con los resultados de las simulaciones, se observa que se presentan los mismos fenómenos del caso 6 pero con menor intensidad, la restricción asociada a la capacidad de transmisión de la línea 7 se activa desde la hora 11 hasta la hora 14 y desde la hora 19 hasta la hora 22; de igual forma la restricción asociada a la capacidad de la firma 1 se activa en las horas 12, 13, 20 y 21; de igual manera las restricciones asociadas a las velocidades de toma y deslastre de las firmas 1 y 3 inciden en las horas donde se presentan cambios súbitos en los niveles de demanda.

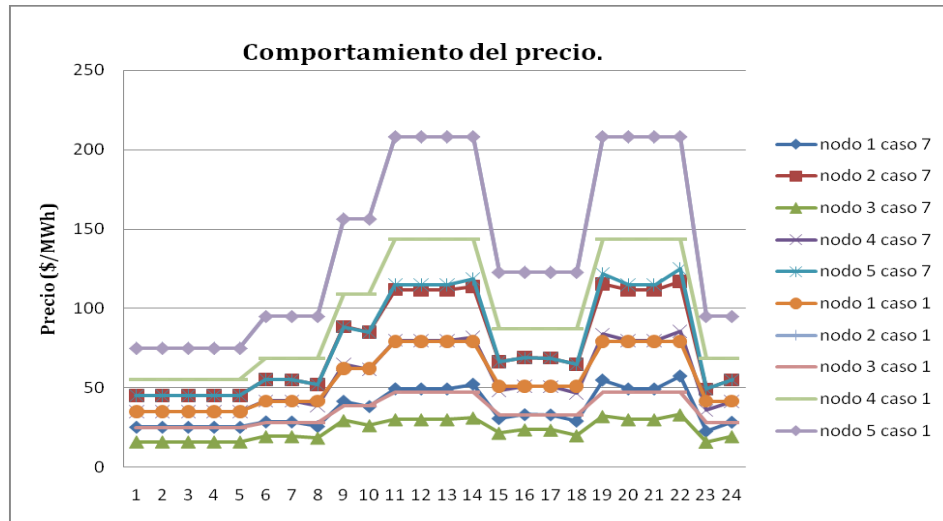


Figura 4.36 Comportamiento del precio en los nodos en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.

Como se observa en la figura 4.36, el comportamiento predominante en los precios es una marcada reducción frente a los precios del caso base, manteniendo la presencia de los fenómenos descritos inicialmente. El motivo es la sensibilidad de la demanda, la cual al aumentar estimula niveles de precios más bajos para los consumos

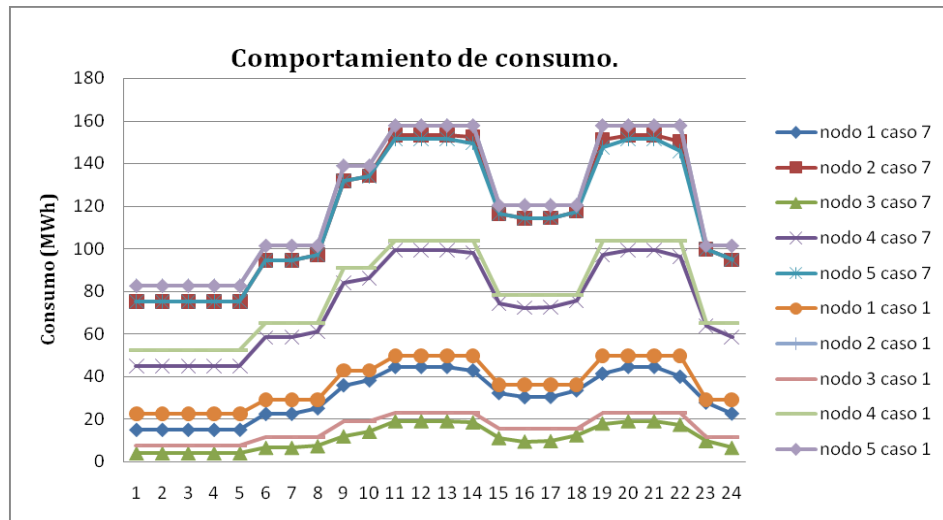


Figura 4.37 Comportamiento del consumo en los nodos en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.

Esta sensibilidad es la causa de un comportamiento interesante en el sistema, ya que aunque se presenta congestión en la línea 7 y capacidad limitada de generación en la firma 1, estos fenómenos no incrementan los precios respecto al caso base. Un comportamiento similar al de los precios se presenta para los consumos del sistema, es decir, una reducción respecto al caso base como se ilustra en la figura 4.37, pero en menor proporción que los precios, de hecho el consumo es cercano al presentado en el caso 6. Como resultado se da una situación favorable para la demanda al presentar consumos cercanos al caso base a precios muy inferiores.

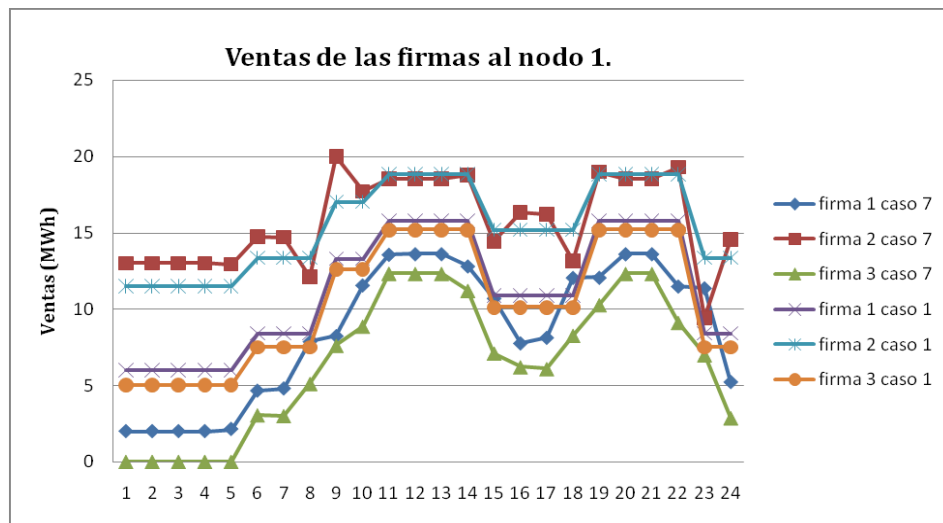


Figura 4.38 Ventas de las firmas al nodo 1, en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.

Como se ilustra para el nodo 1 en la figura 4.38, y en general para los nodos restantes, la firma de mayores ventas es la firma 2, y a diferencia del caso 6, las ventas de la firma 3 ya no superan las de la firma 1, debido al poco margen de maniobra que la demanda le deja a la firma 3 debido al costo de su recurso. Respecto al caso base, las ventas de la firma 1 y 3 se reducen, producto de sus altos costos y mayor sensibilidad al precio por parte de la demanda, mientras que la firma 2 responde de una mejor manera a la propuesta de la demanda, y en consecuencia incrementa sus ventas en algunas horas.

Como consecuencia de lo anterior y como se presenta en la figura 4.39, las utilidades de las firmas respecto al caso base se reducen considerablemente por los motivos expuestos anteriormente.

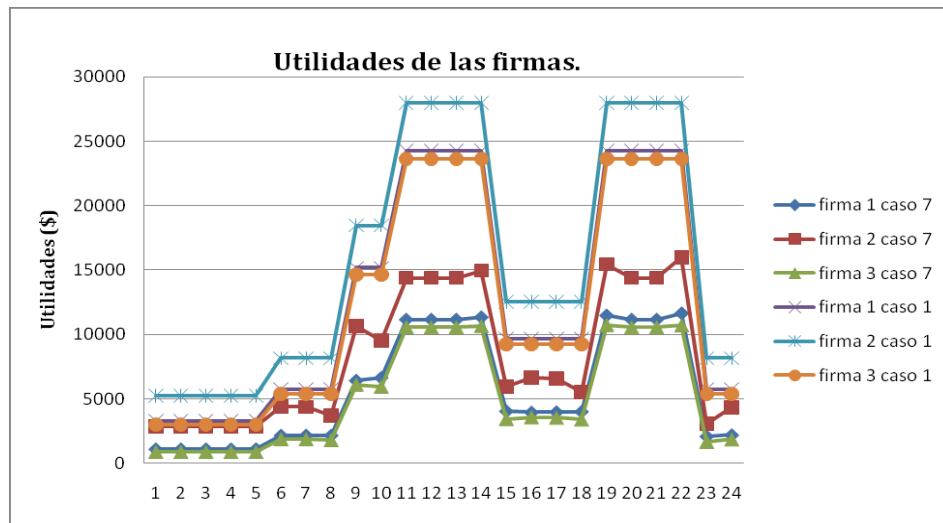


Figura 4.39 Utilidades de las firmas en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.

Finalmente, respecto al caso base se presenta una disminución en el valor de los índices de Lerner para las firmas 1 y 3, producto de la disminución del margen precio costo a causa de la sensibilidad de la demanda; mientras que la firma 2 sigue siendo la de mayor poder en el sistema, como se presenta en la figura 4.40 para el nodo 1, y en general para los demás nodos. A pesar que la firma 2 presenta índices mayores en algunas horas respecto al caso base y al caso 6, esto no se traduce en unas mayores utilidades para esta.

En síntesis, en un sistema con presencia de fenómenos de congestión en líneas, capacidad reducida de generación y velocidades de rampa limitadas; una demanda sensible a cambios en el precio reduce el efecto que estos fenómenos tienen sobre el precio y el consumo principalmente; este efecto se traslada directamente a las ventas, las utilidades y en consecuencia al poder de mercado de las firmas al disminuir el margen precio costo, especialmente para las de mayor costo. Luego, una sensibilidad mayor de la demanda le permite atenuar el efecto que estos fenómenos tienen sobre las variables del sistema, y tener una situación mas favorable; manteniendo rentabilidad para las firmas.

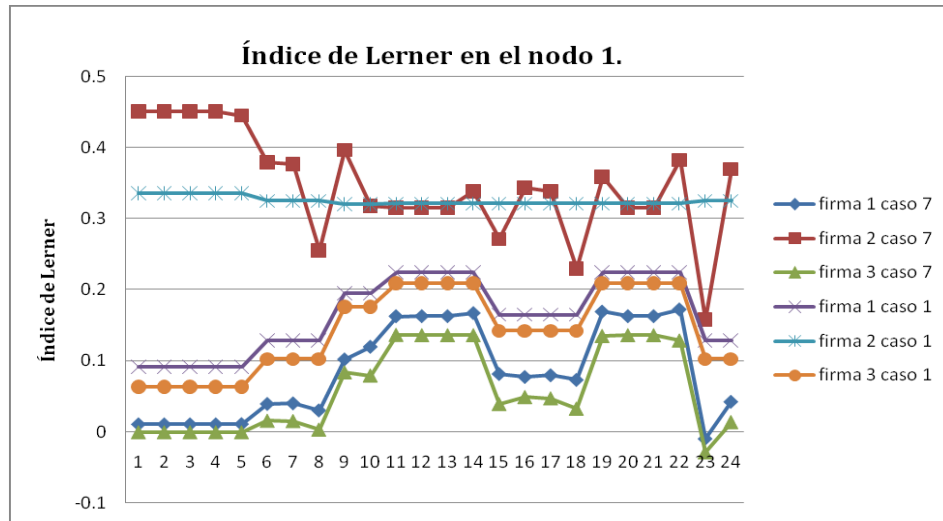


Figura 4.40 Índice de Lerner de las firmas en el nodo 1, en el caso restringido con aumento de sensibilidad y en el caso base.

4.10. Caso 8: Caso base con flujo de potencia óptimo (OPF).

Este caso presenta el escenario del caso base modelado con el flujo de potencia óptimo OPF.

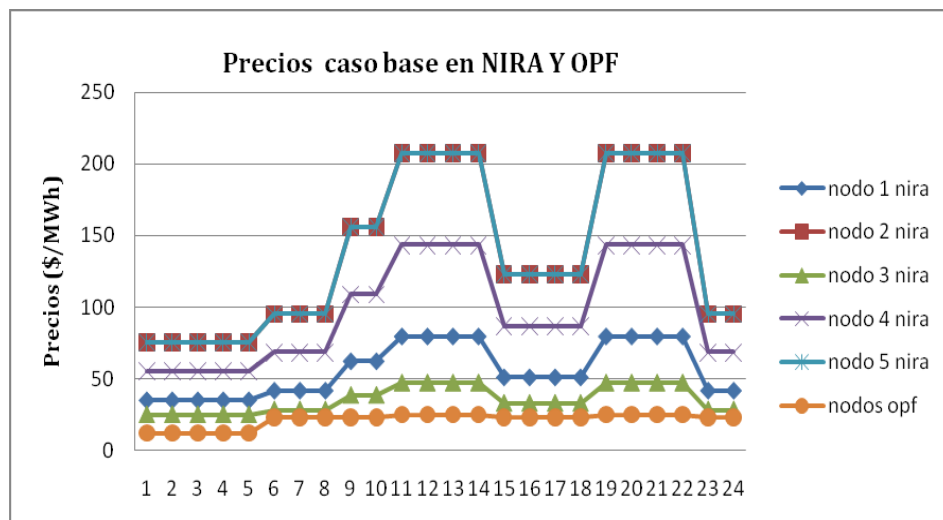


Figura 4.41 Precios en los nodos en el NIRA y en el OPF.

Se observa que los precios en el OPF son iguales en todos los nodos, y para este caso en particular se relacionan con los costos marginales del último generador requerido para abastecer la demanda; estos precios son significativamente inferiores a los precios registrados en el modelo de Nash-Cournot resuelto con NIRA como se ilustra en la figura 4.41, con una reducción máxima del 81.7% en el precio promedio del sistema.

Caso opuesto se presenta para los consumos en los nodos como se aprecia en la figura 4.42, es decir, son superiores en el OPF con un incremento máximo del 41.4% en el consumo total del sistema. Lo anterior es evidencia de un mayor beneficio para la demanda en este modelo, o una participación más activa de la misma, dado un mayor consumo a un menor precio.

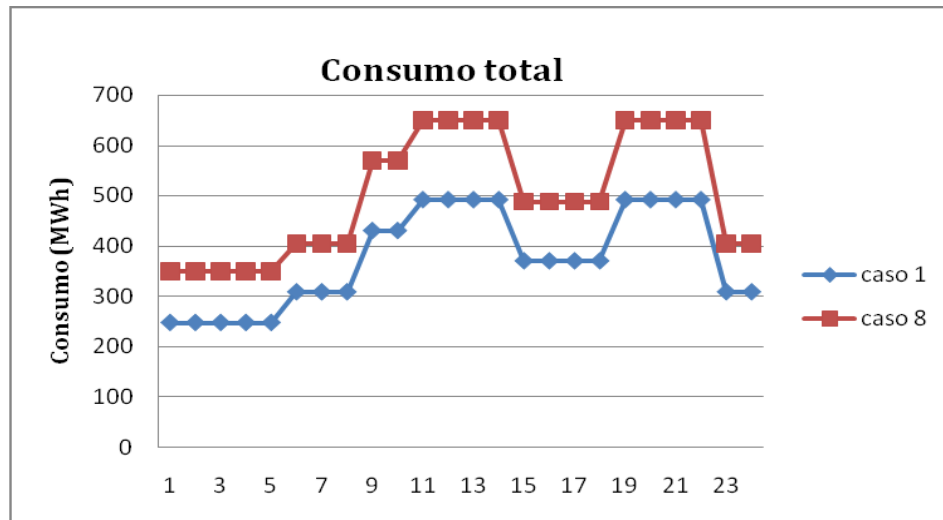


Figura 4.42 Consumo total del sistema en el NIRA y en el OPF.

El abastecimiento de esta energía es realizado principalmente por la firma 2 la cual se encuentra al máximo de su capacidad de generación la mayor parte del día, caso similar se presenta para la firma 1 aunque en una menor proporción y finalmente para la firma 3 con una participación mínima en las horas de mayor demanda, donde es necesaria para suplir completamente la demanda del sistema; respecto al NIRA se observan generaciones siempre superiores para la firma 2, la mayor parte del día para la firma 1 y siempre inferiores para la firma 3; adicionalmente el único comportamiento similar se presenta en la firma 1. Al igual que en el NIRA, se aprecia una incidencia fuerte de los costos marginales de la firmas siendo más determinante

en el OPF. Es clara la diferencia entre los dos modelos, la búsqueda del equilibrio en los generadores en el modelo de Nash-Cournot resuelto con NIRA (menor participación de la firma 2) y la maximización del beneficio social en el OPF; aunque la comparación es asimétrica, dada la participación más activa de la demanda en el OPF, se puede apreciar el comportamiento de los generadores en los dos escenarios e identificar fenómenos que contribuyen al poder de mercado. Como complemento se presenta la figura 4.43.

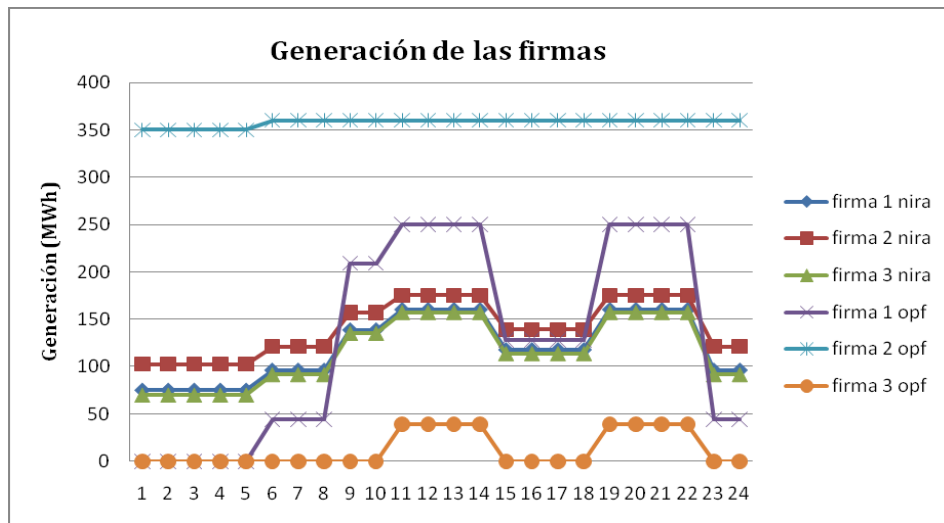


Figura 4.43 Generación de las firmas en el NIRA y en el OPF.

En consecuencia, lo anterior se manifiesta en las utilidades de las firmas, solo las firmas 1 y 2 registran utilidades; estas se presentan cuando el precio nodal asociado al nodo al que están conectadas es mayor que sus costos marginales, así, la firma 2 obtiene las mayores utilidades seguida de la firma 1.

Con base en la figura 4.44 se infiere la significativa diferencia del comportamiento de las utilidades en los dos modelos, las diferencias en la utilidad promedio del sistema pueden llegar hasta el 100% siendo superiores en el modelo del caso 1 resuelto con NIRA.

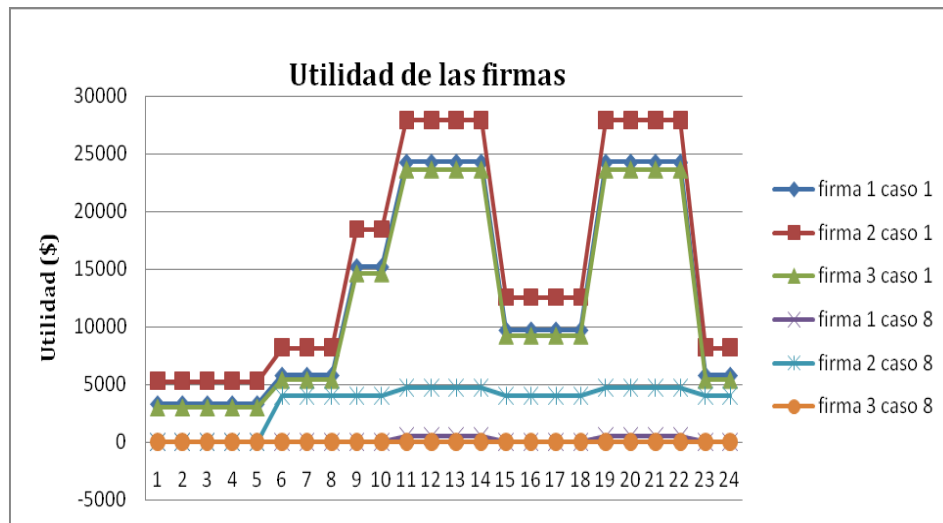


Figura 4.44 Utilidades de las firmas en el NIRA y en el OPF.

Se aprecia entonces la incidencia que en ambos casos tiene la sensibilidad de la demanda principalmente en el OPF, luego, de acuerdo con el OPF, el beneficio social en este caso es mayormente beneficio del consumidor.

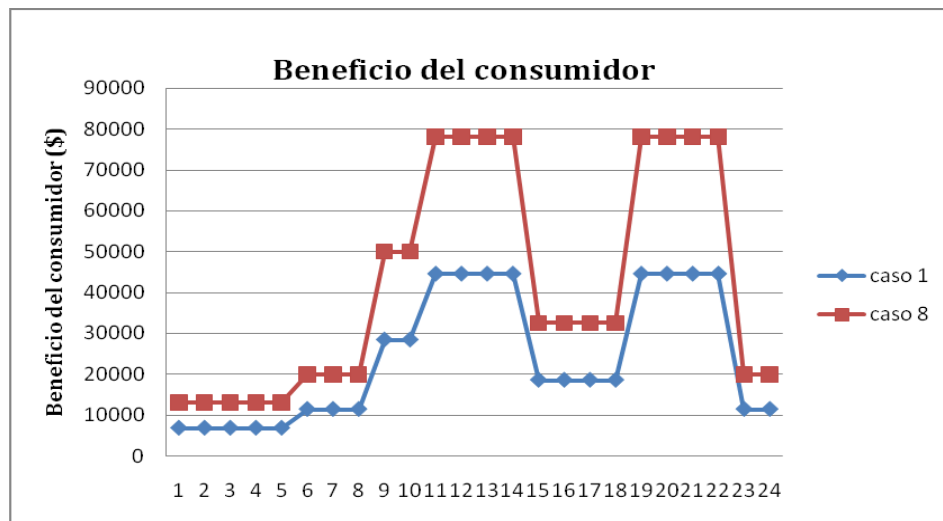


Figura 4.45 Beneficio del consumidor en el nodo 2 en el NIRA y en el OPF.

En el mismo sentido, el beneficio del consumidor en todos los nodos es superior en el OPF que en modelo de Nash-Cournot especialmente para los nodos 2 y 5 como se observa en la figura 4.45.

Adicionalmente, de los fenómenos físicos como congestión en las líneas de transmisión, velocidad limitada en las rampas generación de las unidades térmicas, y capacidad limitada de generación, que son independientes del modelo empleado y contribuyentes al poder de mercado, la capacidad limitada es la única que se manifiesta, especialmente para las firmas 1 y 2. Aunque en el caso 1 ninguno de los fenómenos físicos enunciados anteriormente se presenta, y en concordancia con el comportamiento de las utilidades, los valores del índice de Lerner en el caso 1 son superiores a los presentados en el OPF, especialmente para las firmas 1 y 3; el motivo radica en el margen entre precio y costo marginal, el cual es mucho menor y en algunos casos nula en el OPF, debido a la participación más activa de la demanda en este, sin embargo, es pertinente resaltar la importancia de tomar decisiones acertadas en el sistema desde un inicio para disminuir el poder de mercado de las firmas.

4.11. Caso 9: Caso restringido con flujo de potencia óptimo (OPF).

En este caso se presenta el escenario del caso 6 modelado con el flujo de potencia óptimo OPF. Se observa que las líneas 6 y 7 se congestionan, esta última durante todo el día; que la línea 4 es la más cargada del sistema; y que las variables del sistema en este caso tienen una dinámica diferente a la del caso 8.

Los precios son diferentes entre sí y reflejan las condiciones del sistema, como se observa en la figura 4.46; son inferiores a los encontrados en el modelo de Nash-Cournot resuelto con NIRA para el caso 6 con excepciones en los nodos 1 y 5 en horas de alta demanda, siendo el nodo 5 el más caro del sistema 225.24 (\$/MWh). Aunque la capacidad de generación de la firma 1, las velocidades de toma y deslastre de carga y la congestión en las líneas inciden en los precios, es este último el fenómeno determinante en los precios de estos nodos, en especial para el nodo 5, ya que impide el uso eficiente del recurso de la firma 2 y hace necesario emplear recursos más costosos que deben usar gran parte de una red congestionada para abastecer las demandas.

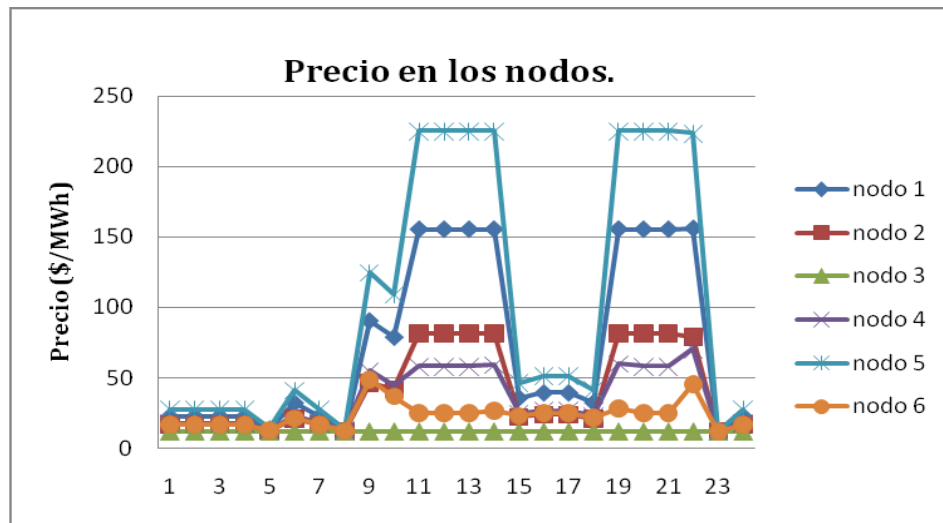


Figura 4.46 Precios en los nodos en el caso restringido con OPF.

Cabe mencionar que aunque la curva de demanda del nodo 2 tiene los mismos parámetros que la del nodo 5, los precios para estos en este escenario son diferentes por lo anteriormente mencionado, en consecuencia los consumos también son diferentes entre estos nodos; caso particular se presenta con el precio en el nodo 3 el cual es constante en el día e igual al costo marginal de la firma 2, lo cual indica que su demanda es abastecida totalmente por esta firma, es decir, el siguiente megavatio consumido en este nodo es abastecido por esta. A pesar de las particularidades en algunos precios, el precio promedio del sistema en el OPF sigue siendo significativamente inferior al precio promedio en el caso 6, con una máxima diferencia o disminución del 79%; en consecuencia, lo anterior incide en una reducción del poder de mercado de las firmas del sistema frente al poder observado en el caso 6.

La figura 4.47 ilustra el comportamiento de los consumos en el sistema en el modelo OPF; dada la relación establecida por la curva de demanda inversa, el comportamiento de los precios del sistema se relaciona o es dependiente del comportamiento de los consumos en los nodos. En el OPF los consumos se comportan opuestamente a los precios, es decir, son superiores a los presentados en el caso 6, con las excepciones en los nodos 1 y 5 debido a precios altos por causa de la congestión y con un incremento máximo del 40.2% en el consumo total del sistema.

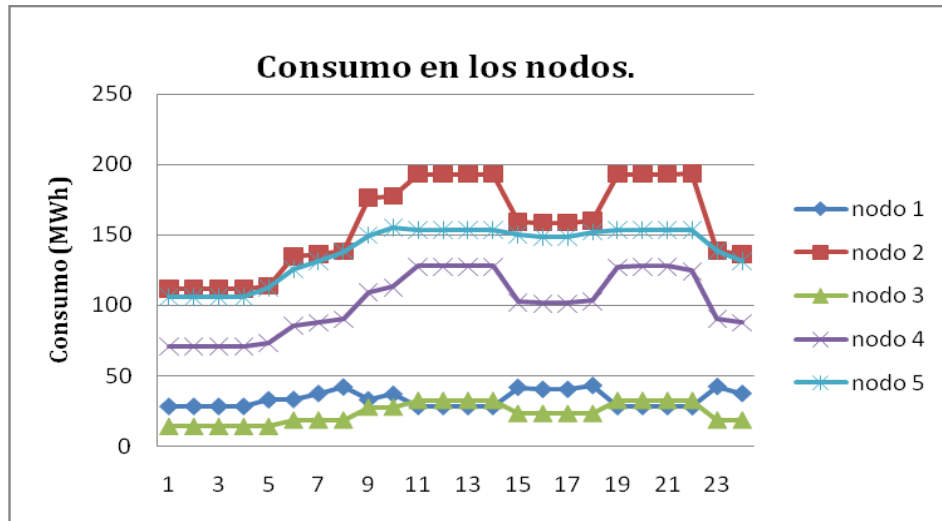


Figura 4.47 Consumos en los nodos en el caso restringido con OPF.

Respecto al caso 8, se observa que ante las restricciones, la demanda restringe su consumo y en consecuencia afecta el precio, se evidencia la importancia de la ubicación de las demandas y las firmas en un escenario con las limitaciones de este, pues la interacción de todos estos fenómenos sumados al comportamiento de la demanda y otros factores, favorecen la formación de poder de mercado y eventualmente la práctica del mismo, independientemente de la capacidad de generación de las firmas.

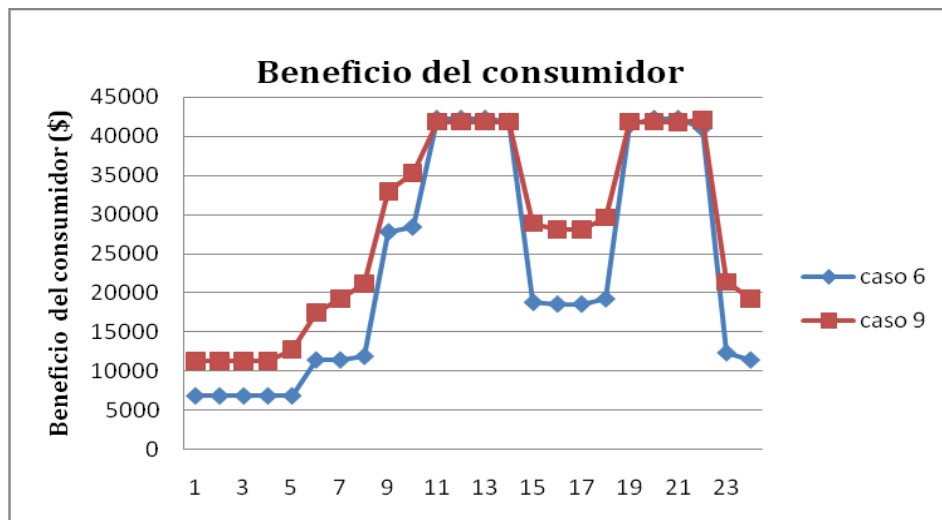


Figura 4.48 Beneficio del consumidor en el nodo 5 con NIRA y con OPF.

Reflejando el comportamiento de los precios y los consumos, el beneficio del consumidor para los nodos 1 y 5 son casos excepcionales, pues para algunas horas del día son menores o iguales a los presentados en el caso 6, como se observa en la figura 4.48, dados los precios a los cuales se consume; no obstante, similar al caso 8, el beneficio social en este escenario se compone fundamentalmente del beneficio del consumidor.

Como consecuencia de las restricciones del sistema, el abastecimiento de la energía es realizado principalmente por la firma 2 pero ya no llega al límite de su capacidad, producto de la congestión de la red que impide entregar su energía conforme la demanda lo exige, especialmente en las horas de alta demanda; este fenómeno sumado a la capacidad reducida de generación de la firma 1 propicia que esta última se encuentre al máximo de su capacidad casi todo el día y una participación mucho mayor de la firma 3 como se aprecia en la figura 4.49.

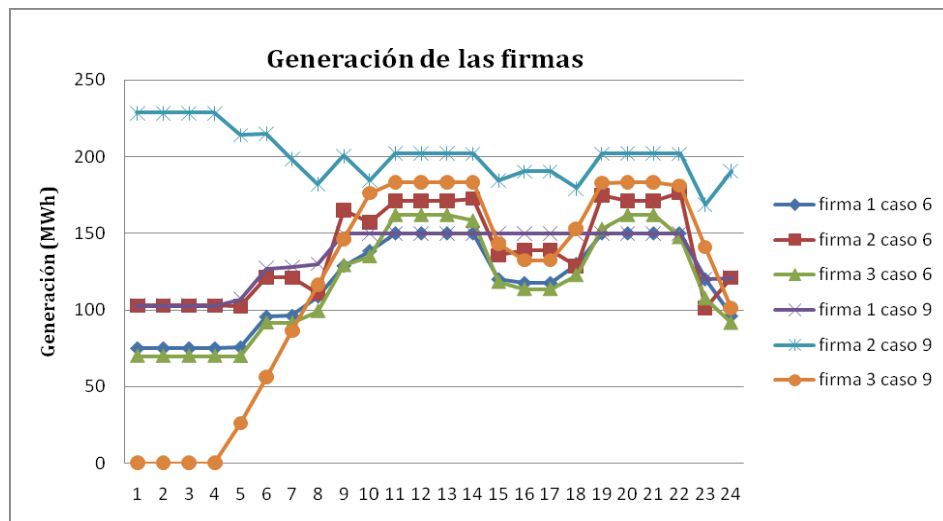


Figura 4.49 Generación de las firmas en el caso restringido con NIRA y con OPF.

Respecto al modelo de Nash-Cournot y de acuerdo a los consumos en el OPF, las generaciones son superiores exceptuando las primeras horas del día para la firma 3 y sus comportamientos son muy diferentes. Los elementos antes mencionados determinan las utilidades de las firmas, reflejando una diferencia sustancial frente a las utilidades en el caso 6 y en el caso 8; en el primer caso son muy inferiores con una diferencia máxima en la utilidad promedio del 100%, en el segundo caso la utilidad para algunas firmas casi que se duplica. Las mayores utilidades en este escenario las

obtiene la firma 1, seguida de la firma 3 mientras que para la firma 2 estas son nulas; como complemento se presenta la figura 4.50.

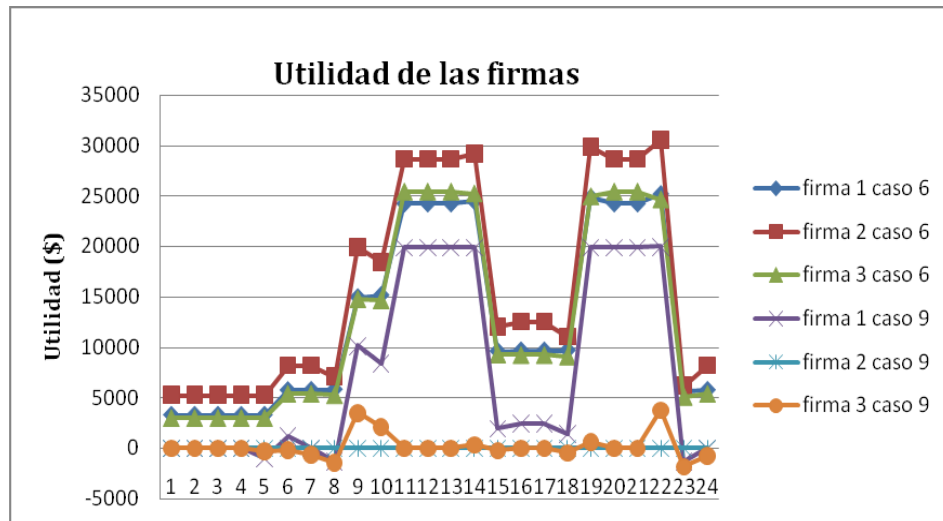


Figura 4.50 Utilidad de las firmas en el caso restringido con NIRA y OPF.

Se identifica entonces un fenómeno en cascada, en términos de las variables del sistema, las utilidades dependen de la generación y del precio nodal los cuales a su vez se relacionan directamente con el consumo y finalmente todos son determinados por las condiciones físicas del sistema y parámetros del mercado como la curva de demanda. Existe entonces una incidencia de las variables del sistema en la formación del poder de mercado, sin embargo, los valores de índices de Lerner para este caso son inferiores que en el caso 6 y negativos en algunas horas, principalmente para las firmas 2 y 3 mientras que la firma 1 alcanza valores casi iguales en las horas de alta demanda, lo opuesto se presenta con el IBP para este caso pues para las firmas 1 y 2 sobrepasa la unidad especialmente la firma 2, lo que indica una capacidad alta de elevar el precio por parte de estas firmas.

$$IBP_{f1} = 1.1 \quad IBP_{f2} = 3.9 \quad IBP_{f3} = 0.8$$

Se observa entonces que el sistema de transmisión absorbe a través de sus costos gran parte del valor pagado por la demanda en algunas barras del sistema en las horas de mayor consumo, es decir, el precio se compone principalmente de costos de transmisión, en lugar de liquidarse directamente a las firmas generadoras, como se hace en el modelo del Caso 6 donde estas son las grandes beneficiadas; lo común en

ambos modelos es el alto precio que debe pagar la demanda en estas barras, esto muestra la independencia del fenómeno congestión frente a los modelos, aunque en uno se experimente con mayor fuerza; es preciso mencionar que para el caso 9 los costos de congestión son principalmente costos de transmisión, es decir, los costos de congestión ocasionados por rampas o capacidad limitada de generación son mínimos. Por lo sucedido con la firma 1 en los casos 8 y 9 se observa que esta se beneficia por su capacidad y velocidades de rampa reducidas sumadas a la congestión, ya que obtiene mas utilidades generando menos y a unas rampas que le impiden seguir la dinámica de la curva de demanda; esta es una de las formas habituales de ejercer poder de mercado, limitar su capacidad de generación con el fin de elevar el precio, al requerir unidades más costosas y que deben emplear gran parte de la red para abastecer las demandas. Adicionalmente, las restricciones del sistema impiden que las gráficas de las variables del sistema sigan el patrón de la curva de demanda, con excepción del consumo en el nodo 3, lo cual permite inferir que este es abastecido enteramente por la firma 2, frente a este patrón hay una mayor distorsión en el caso 9 que en el caso 6, y cabe mencionar que hay una mayor distorsión en las curvas del caso 9 respecto al caso 8, que las del caso 6 respecto al caso 1.

En síntesis, frente a un sistema restringido, el abastecimiento de la energía hacia los puntos de demanda es ineficiente, lo cual se traduce en elevados precios nodales y costos de congestión en el sistema; lo anterior no implica necesariamente mayores utilidades para todas las firmas, unas se benefician mientras otras no, dependiendo de su ubicación en el sistema y en que forma las afectan las restricciones.

4.12. Caso 10: Caso restringido con aumento en la sensibilidad de la demanda con flujo de potencia óptimo (OPF).

En este caso se presenta el escenario del caso 7 modelado con el flujo de potencia óptimo (OPF). En relación con el modelo de Nash-Cournot resuelto con NIRA (caso 7), el comportamiento de los precios y consumos en el caso 10 es similar al visto entre los casos 9 y 6, aunque en una escala menor especialmente para los precios y las utilidades, producto del aumento de la sensibilidad de la demanda, es decir, los fenómenos producidos por las restricciones del sistema sumados con la ubicación de demandas y generadores causan congestión en las líneas 6 y 7, y una dinámica en las variables del sistema similar a la vista en el caso 9, no obstante, la línea 6 se

congestiona para un menor número de horas; el precio más alto se presenta en el nodo 5 (114.9 \$/MWh) y el más bajo en el nodo 3 principalmente (12 \$/MWh); adicionalmente, se mantiene la misma excepción en el nodo 1; la relación mencionada también se sostiene para el precio promedio del sistema como se aprecia en la figura 4.51, con una máxima disminución del 68%, y es producto de una participación más activa de la demanda en este modelo, como se había mencionado anteriormente.

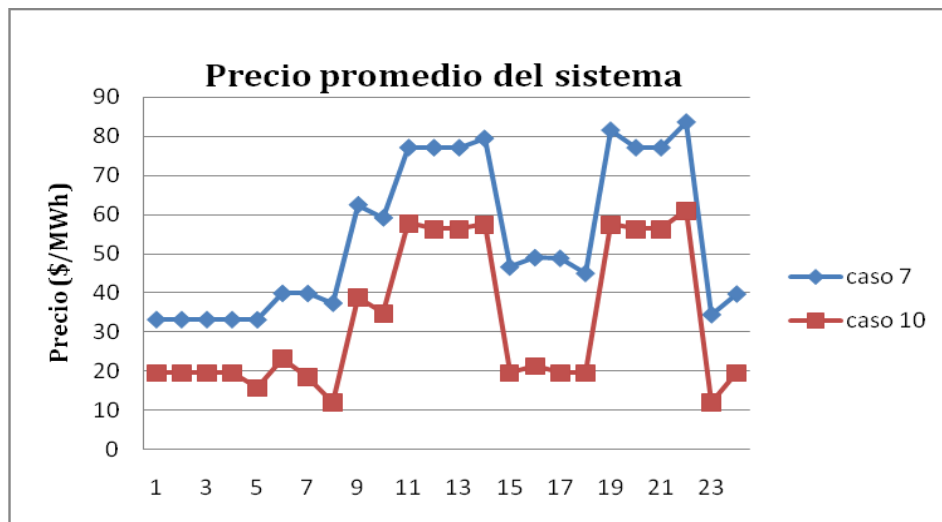


Figura 4.51 Precio promedio del sistema con NIRA y con OPF.

En otras palabras, con excepción del nodo 1, los precios nodales son inferiores a los vistos en el caso 7, como caso particular se observa que el precio en el nodo 4 es mayor al precio en el nodo 2 en gran parte del día. Como se ha mencionado antes, el comportamiento del precio en los nodos está relacionado directamente con el comportamiento del consumo; en este caso los consumos son superiores que en el caso 7, con excepción del consumo en el nodo 1; el mayor consumo del sistema lo presenta el nodo 2 (192.78 MWh) seguido del nodo 5, mientras que el menor se presenta en el nodo 3 (8.1 MWh), y en contraste con lo presentado en los precios, el consumo en el nodo 4 es significativamente inferior al consumo en el nodo 2; como se aprecia en la figura 4.52, este comportamiento también se observa en el consumo total del sistema, teniendo un máximo aumento del 40.6 % frente al consumo total del sistema en el caso 7.

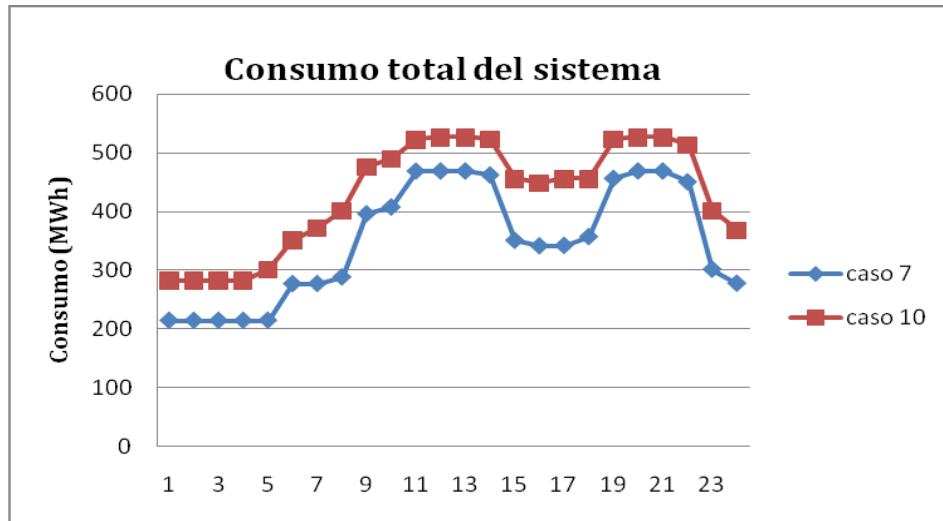


Figura 4.52 Consumo total del sistema con NIRA y con OPF.

La dinámica del precio y el consumo se refleja en el beneficio del consumidor, en consecuencia el mayor beneficio se sigue presentando en el nodo 2, y se mantiene la excepción en el nodo 1, exceptuando este, el comportamiento del beneficio del consumidor para los nodos es similar al presentado en la figura 4.48.

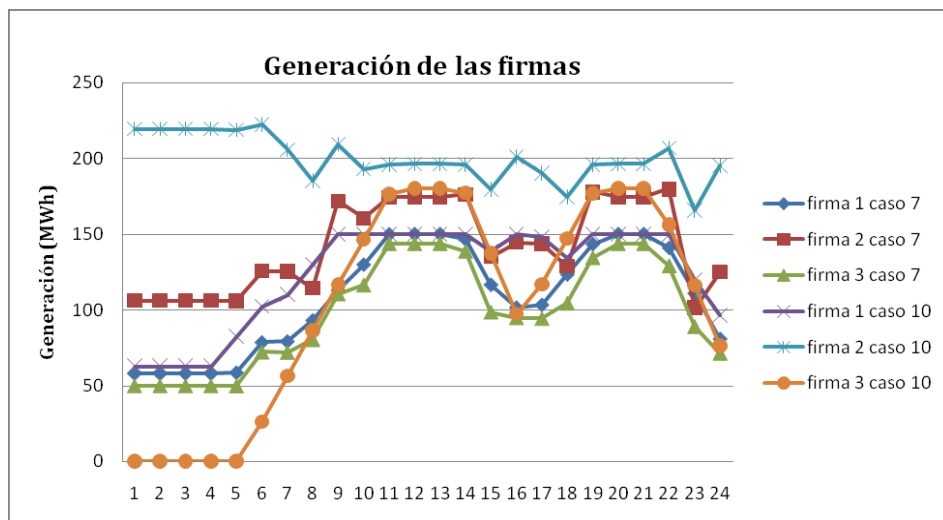


Figura 4.53 Generación de las firmas en el caso restringido con aumento de sensibilidad con NIRA y OPF.

Como se observa en la figura 4.53, el abastecimiento de la energía se sigue realizando principalmente por la firma 2, la firma 1 permanece al máximo de su capacidad para

algunas horas, y con excepción de las primeras horas para la firma 3, la generación es igual o superior a la presentada en el caso 7, dado el mayor consumo en el sistema. De igual manera se aprecia como en las horas de mayor valoración de la energía, la firma 3 tiene una participación más activa, producto de la capacidad limitada de generación de la firma 1 y de la congestión de líneas como la 7 que limita el tránsito a la producción de la firma 2 e incrementa los costos de congestión, como resultado se tienen precios altos en algunos nodos del sistema, especialmente en los nodos 1 y 5.

Lo anterior se refleja en las utilidades de las firmas haciendo que estas sean inferiores a las del caso modelado con Nash-Cournot caso 7 y frente al caso 9 también, para la firma 2 las utilidades son nulas, la firma 3 las obtiene solo para unas pocas horas, y la firma 1 recibe las mayores utilidades por los mismos motivos expuestos en el caso anterior (caso 9).

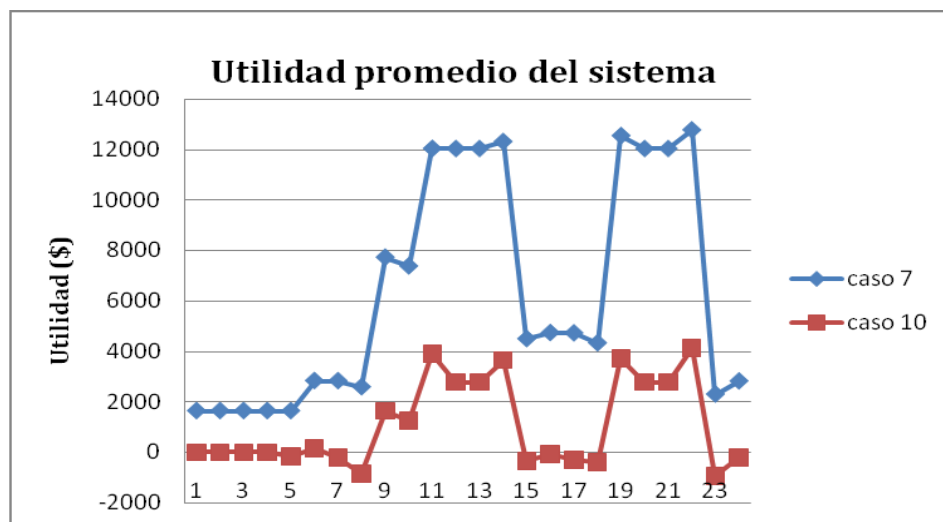


Figura 4.54 Utilidad promedio de las firmas en el sistema en el caso restringido con sensibilidad con NIRA y con OPF.

La reducción de las utilidades de las firmas se sintetiza en la figura 4.54 la cual ilustra la utilidad promedio en el sistema para los caso 7 y 10; se observa entonces el amplio margen de ganancia entre ambos modelos. En concordancia con la reducción en los precios y las utilidades se observa una reducción en los valores del índice de Lerner del caso 10 frente al caso 7 y frente al caso 9, ante este último debido al aumento de la sensibilidad de la demanda, y se infiere que una participación activa de la demanda como en el OPF sumada con una mayor sensibilidad de la demanda generan una

respuesta más favorable por parte de la demanda, ya que tiene una importante incidencia en la formación del precio, y procura por un consumo a un precio bajo, lo cual logra en muchos casos; esto contribuye a una reducción del poder de mercado, no obstante, como ya se ha mencionado, el poder de mercado es un fenómeno en el que inciden muchos factores.

Respecto al caso 9, hay una reducción significativa en los precios y levemente para los consumos, ambos fenómenos producto de una mayor sensibilidad de la demanda, en otras palabras la relación es similar a la presentada entre los casos 6 y 7, aunque en el OPF hay una mayor distorsión en la forma de algunas curvas, especialmente en los nodos 4 y 5, producto de una mayor incidencia de las rampas. En consecuencia, las utilidades de las firmas se reducen significativamente, mientras que las generaciones lo hacen levemente, no obstante, el comportamiento de la generación es diferente para algunas horas, ya que no se requiere que la firma 1 este al máximo de su capacidad por el mismo periodo de tiempo como se puede apreciar en la figura 4.49 y 4.53. Adicionalmente, la reducción de las utilidades en el caso 10 es producto de varios factores, precios, consumos, generaciones, estos son determinados por las condiciones físicas y de mercado del sistema, luego en la reducción de las utilidades frente al caso 9 también incide una menor intensidad del fenómeno físico; y es preciso ratificar que los factores de mercado como aumento de la sensibilidad de la demanda, pueden modular la intensidad del fenómeno físico o condiciones del sistema. Finalmente, se verifica que los costos de congestión son menores en el caso 10.

4.13. Análisis general sobre las simulaciones.

En esta sección se presenta un análisis general sobre los casos simulados con el modelo de Nash-Cornot resuelto con el NIRA y los simulados con el flujo de potencia óptimo OPF.

4.13.1. Casos simulados con el modelo de Nash-Cournot resueltos con NIRA.

Al observar el comportamiento de las variables del sistema en los casos simulados, se encuentra que todos los fenómenos planteados inciden en el comportamiento de las variables del sistema; fenómenos como la congestión en líneas, la reducción de

capacidad, o velocidades de rampa limitadas, afectan todo el sistema aunque tienen efectos locales determinantes relacionados con la ubicación topológica de los agentes en el sistema en presencia de estos fenómenos.

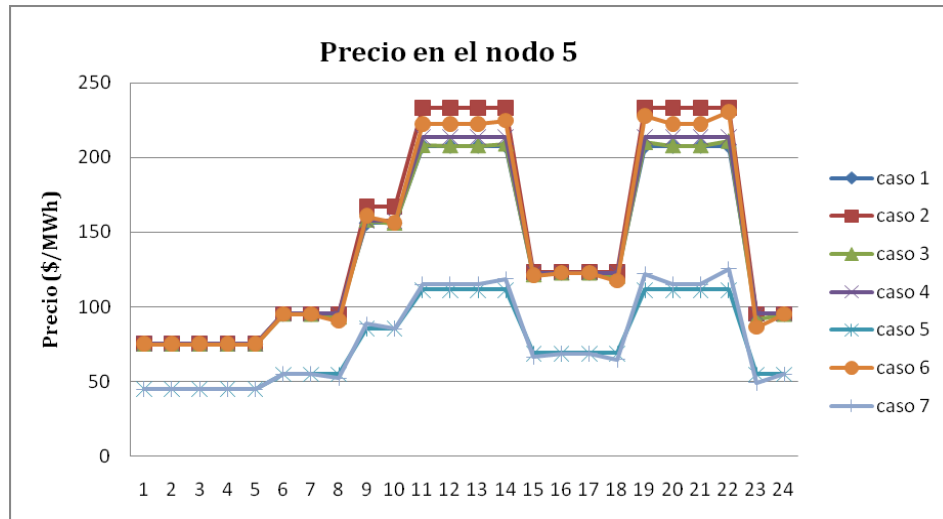


Figura 4.55 Precio en el nodo 5 en los diferentes casos.

Por otro lado, fenómenos como el aumento de la sensibilidad de la demanda tienen un efecto global en el sistema, ante este fenómeno se genera una condición de favorabilidad para la demanda por la razones antes expuestas. Como complemento se presenta la figura 4.55, la cual ilustra el comportamiento de los precios para el nodo 5 en los diferentes casos.

De forma análoga, y complementando el comportamiento de los precios y consumos; las ventas y las utilidades de las firmas así como el poder de mercado de las mismas cambian de acuerdo al tipo de fenómeno; de acuerdo a las características del fenómeno beneficia o perjudica a algunas firmas en particular o a todas en general, como complemento se presenta la figura 4.56, la cual ilustra las ventas de la firma 2 al nodo 5 en todos los casos.

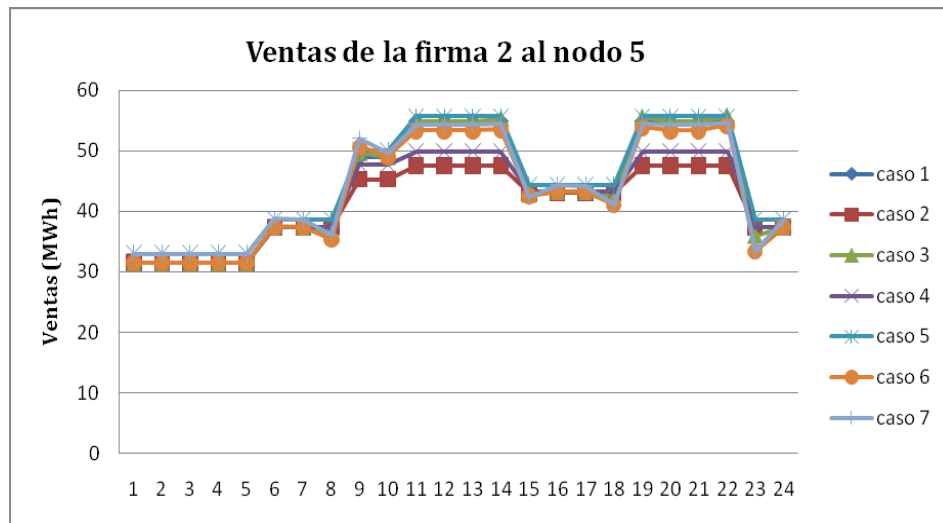


Figura 4.56 Ventas de la firma 2 al nodo 5 en los diferentes casos.

4.13.2. Casos simulados con flujo de potencia óptimo OPF.

En general, para los tres casos implementados con el flujo de potencia óptimo se observa que este modelo maneja unos niveles de precios más bajos que el modelo de Nash-Cournot. Fenómenos físicos del sistema como la congestión en líneas, la capacidad limitada, y pequeñas velocidades de toma y deslastre de carga se manifiestan de maneras similares en ambos modelos, no obstante, en el OPF sus efectos son menores; una muestra de ello es la reducción de las utilidades en el caso 10 frente al caso 9, la cual es producto de una menor intensidad de los efectos de los fenómenos descritos, y de un aumento en la sensibilidad de la demanda. Características como esta última contribuyen en modular la intensidad de dichos fenómenos, una muestra adicional es el comportamiento de la carga de las líneas del sistema; aunque la línea 7 está al máximo en ambos casos(casos 9 y 10), en el caso 9 la línea 6 lo está por un mayor número de horas; es preciso mencionar que en los casos con el modelo de Nash-Cournot, la línea 7 no se congestiona durante todo el día como en casos con OPF . Se observan 3 diferencias fundamentales entre los dos modelos, estas son:

- En el modelo de Nash-Cournot resuelto con NIRA se busca el equilibrio para las firmas, y la demanda tiene participación en la formación del precio en el nodo a través de la curva de demanda; por su parte el flujo de potencia óptimo OPF

busca maximizar el beneficio social, lo cual le da participación a la demanda en este modelo.

- En el modelo de Nash-Cournot se puede determinar cual firma le vende a cual consumidor y que cantidad, y de esta manera liquidar la venta; mientras que en el OPF esto no es fácil de determinar, independiente de la demanda que este atendiendo un generador, el precio al cual se liquida su producción es el precio local marginal asociado a su barra.
- En el flujo de potencia óptimo, el precio en una barra determinada es establecido por la variable dual asociada a la restricción de balance de potencia en dicha barra (LMP); en el modelo de Nash-Cournot, el precio que se liquida a la firma es el precio fijado en la barra a la cual se conecta la demanda abastecida; este precio se determina con la ecuación de demanda inversa, en la cual inciden las ventas, los consumos y la sensibilidad de la demanda principalmente; adicionalmente, los precios solo se fijan en las barras donde haya demanda; y se promueven las ventas hacia nodos con mejores perfiles de precio.

Se aprecia entonces que debe haber una componente de maximización del beneficio social, acompañado de un equilibrio para las partes, es decir un justo medio, un punto que sea estable, es decir, un punto en el cual los participantes del mercado estén de acuerdo, un punto que combine optimización y equilibrio. La tabla 4.1 ilustra el consumo máximo y mínimo en cada caso, y el porcentaje de la demanda máxima que estos consumos representan para el nodo en el que se encuentran.

	MÁXIMO		MÍNIMO	
	Nodos	(%) de Dmax	Nodos	(%) de Dmax
Caso 1	2 y 5	73.1	3	37.5
Caso 2	3	73.5	3	37.5
Caso 3	2 y 5	73.1	3	37.5
Caso 4	2 y 5	72.3	3	37.5
Caso 5	2 y 5	71.1	3	20.0
Caso 6	2 y 5	73.1	3	37.5
Caso 7	2	71.03	3	20
Caso 8	2 y 5	96.8	3	56.9

Caso 9	2 y 5	96.3	1	39.2
Caso 10	2 y 5	92.5	1	34.83

Tabla 4.1. Consumos en términos de la demanda máxima del nodo.

De acuerdo con la tabla 4.1, el consumo máximo en los casos en los cuales se empleo el flujo de potencia óptimo es muy cercano a la demanda máxima del nodo para la hora respectiva, análogamente para el consumo mínimo; es claro que hay un mayor consumo y se ha visto que se hace a unos precios más bajos, se configura un beneficio para la demanda, pero no se observa un beneficio similar para los generadores; en ambos modelos el mayor beneficiario cambia. En el modelo de Nash-Cournot se beneficia principalmente el generador , mientras que en el OPF se benefician ambos; es preciso procurar por un justo medio entre los modelos. Los fenómenos físicos que determinan las condiciones del sistema, son factores que contribuyen al poder de mercado, no obstante, también existen elementos del mercado que contribuyen igualmente, en consecuencia son diversas las medidas a tener en cuenta en la reducción del poder de mercado; y dependen directamente de las decisiones tomadas referentes a los parámetros técnicos del sistema, a los modelos de mercado empleados, y a las medidas de regulación.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.

5.1. Introducción.

En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas al examinar los resultados de las simulaciones de los casos de prueba, para los modelos y las metodologías empleadas. Inicialmente se presentan conclusiones de carácter general, y seguidamente se presentan algunas propuestas para trabajos futuros.

5.2. Conclusiones generales.

La liberalización de los mercados eléctricos propone la competencia en los diferentes sectores de dicha industria; y le otorga al estado las tareas de planeamiento de la expansión del sistema; y de regulación del mercado, en donde uno de los propósitos fundamentales es la prevención del ejercicio de poder de mercado, en especial por parte de los agentes generadores. En este sentido, el planteamiento de un modelo de mercado de Cournot mediante teoría de juegos resuelto a través del algoritmo de relajación de Nikaido – Isoda (NIRA); y un modelo basado en el flujo de potencia óptimo (OPF), ambos para un horizonte de 24 horas, permite a partir de los resultados alcanzados para los casos de prueba obtener algunas conclusiones, entre ellas:

- La posibilidad de transformar un problema de equilibrio de Nash en un problema de optimización, mediante el algoritmo de relajación de Nikaido-Isoda (NIRA), permite determinar el equilibrio de Nash del juego a través de un proceso de optimización. En este sentido, el comportamiento del NIRA es aceptable dados los tiempos de convergencia para los diferentes casos.

- Fenómenos físicos presentes en el sistema tales como congestión en líneas de transmisión; velocidad reducida en rampas de toma y deslastre de carga; y capacidad limitada de generación, se manifiestan en formas similares, aunque con diferente intensidad para los dos modelos estudiados. Dichos fenómenos alejan el sistema de una operación eficiente principalmente en periodos de alta demanda o donde se presentan cambios súbitos en la misma, al condicionar el uso de la red de transmisión; dificultar el seguimiento de la dinámica de la demanda lo cual la limita; y requerir recursos costos para abastecer la demanda. Todos estos fenómenos, se manifiestan directamente en el precio y en el consumo, sin embargo, un elemento de mercado como la sensibilidad de la demanda a cambios en el precio, puede modular la intensidad de dichos fenómenos, al establecer precios mas bajos para los consumos.
- La sensibilidad de la demanda ante cambios en el precio es un elemento fundamental para el mercado, dado que permite al consumidor regular sus niveles de consumo y a la vez ser parte activa en la formación del precio. Dicha característica es por lo general ausente en los mercados de energía eléctrica; y como se ha podido corroborar para los diferentes casos simulados, esta característica actúa como un mecanismo de protección para la demanda ante fenómenos propios del sistema que incrementan el precio, y de igual manera contribuye a la reducción del poder de mercado en el sistema.
- Desde el punto de partida se sabe que ambos modelos son diferentes, sin embargo, las diferencias fundamentales radican en: la búsqueda del equilibrio en el modelo resuelto con NIRA frente a la maximización del beneficio social en el OPF; el significado de las variables de decisión; la manera como se determina el precio en las barras; y el papel que juega la demanda.
- Los equilibrios de Nash son muy sensibles a los parámetros de la demanda, reflejan en su comportamiento el efecto de los fenómenos físicos y de las características de mercado, es decir, los parámetros de la curva de demanda inversa inciden de forma directa en el equilibrio; y sus diferencias respecto al caso base, se dan principalmente en los periodos de demanda alta y en donde la demanda presenta cambios súbitos en sus niveles; sin embargo, establecen utilidades significativas para las firmas en todos los casos. Como consecuencia de lo anterior, se definen un márgenes precio costo que generan niveles de

poder de mercado superiores a los presentados en el OPF, aun en los casos con sensibilidad de la demanda.

- En general los fenómenos físicos como congestión en líneas; velocidad reducida de rampas de toma y deslastre; y capacidad limitada de generación, se manifiestan de manera similar en ambos modelos, sin embargo, variables del sistema como precio y cantidad benefician a la demanda en una mayor proporción en el OPF que en el modelo resuelto con NIRA, lo cual se debe principalmente a la maximización del beneficio social, en donde la demanda es activa a través del beneficio del consumidor; y a una incidencia mas fuerte en este modelo de la sensibilidad de la demanda a cambios en el precio. Producto de esto, se genera un margen precio costo menor, lo cual se traslada directamente al poder de mercado en el sistema.
- Con base en las simulaciones se encuentra que los agentes generadores perciben un mayor beneficio económico en el modelo de Nash-Cournot resuelto con NIRA, en promedio en una relación de 2 a 1 frente al beneficio económico obtenido en el flujo de potencia óptimo (OPF).
- La cogestión en el sistema de transmisión; la capacidad limitada de generación; y la velocidad reducida en rampas, generan un ambiente propicio para la formación del poder de mercado, pero no son los únicos, ya que una baja elasticidad de la demanda contribuye en igual medida, pues incrementa el margen precio costo; mientras que una demanda sensible disminuye dicho margen. En consecuencia, las acciones a implementar por parte del regulador encaminadas a mitigar el poder de mercado son variadas, pues implican decisiones de carácter técnico relacionadas con el planeamiento de la expansión de los sistemas de transmisión y generación (características de los sistemas de generación); así como decisiones de mercado relacionadas con la sensibilidad de la demanda; en síntesis se requiere de un planeamiento integral del sistema, en donde ninguno de los elementos antes mencionados debe estar aislado, a pesar del mercado.

5.3. Trabajos futuros.

Con base en el trabajo realizado, se propone como proyecto futuro vincular al modelo de mercado resuelto con el algoritmo de relajación de Nikaido - Isoda, la demanda como un jugador adicional a los agentes generadores; y posteriormente incluir restricciones adicionales propias de las unidades de generación térmicas; y en ambos casos determinar el respectivo equilibrio de Nash del juego.

6. Bibliografía.

- [Barroso.2000] L. A. N. Barroso, "Esquemas Competitivos Em Sistemas Hidrotérmicos: Comportamento Estratégico de Agentes Geradores Em Ambiente de Mercado", M.Sc Tesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática-NCE, 2000.
- [Blaike.2003] M. Blaike, "Game Theory and Electricity Markets", *Basic Game Theory Concepts and Applications to Electricity Markets, Drayton Analytics Research Paper Series*, Feb 2003.
- [Bompard.2007] E. Bompard, Y. Ma, R. Napoli, G. Abrate, " The Demand Elasticity Impacts on the Strategic Bidding Behavior of the Electricity Producers", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 22, No 1, pp 188-197, Feb 2007.
- [Borenstein.1999] S. Borenstein, J. Bushnell, C.R. Knittel, "Market Power in Electricity Markets: Beyond Concentration Measures", *Working Paper, Program on Workable Energy Regulation(POWER) PWP-059r*, Feb 1999.

- [Cabero.2005] J. Cabero, A. Baíllo, S. Cerisola, M. Ventosa, "Application of Benders Decomposition to an Equilibrium Problem", *15th PSCC, Liege, Session 3, Paper 4*, Aug 2005.
- [Contreras.2004] J. Contreras, M. Klusch, J.B Krawczyk, "Numerical Solution to Nash-Cournot Equilibria in Coupled Constraint Electricity Markets", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 19, No 1 pp 195-206, Feb 2004.
- [Debrew.1982] G. Debrew, "Existence of Competitive Equilibrium", *Handbook of Mathematical and Economic Theory*, Vol 2, North-Holland Publishing Company, 1982.
- [D. la Cruz.2006] J. de la Cruz, "Bases para el Diseño de los Mercados Eléctricos (partes I y II)", *Revista del Derecho de las Telecomunicaciones, Transportes e Infraestructuras (REDETI)*, No 26 (Mayo-Agosto), No 28 (Enero-Abril), 2006-2007.
- [D. la Torre.2003] S. de la Torre, A. J. Conejo, J. Contreras, "Simulating Oligopolistic Pool-Based Electricity Markets: A Multiperiod Approach", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 18, No 4 pp 1547-1555, Nov 2003.
- [D. la Torre.2004] S. de la Torre, J. Contreras, A. J. Conejo, "Finding Multiperiod Nash Equilibria in Pool-Based Electricity Markets", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 19, No 1 pp 643-651, Feb 2004.
- [Dyner.2008] I. Dyner, C. J. Franco, S. Arango, "El Mercado Mayorista de Electricidad Colombiano", Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Colección Facultad de Minas 120 Años, 2008.
- [Fudenberg.1991] D. Fudenberg, J. Tirole, "Game Theory", MIT Press, Cambridge Massachussets, 1991.

- [Gallego.2003] R. A. Gallego, R. A. Romero, A. H. Escobar, "Optimización en Sistemas Eléctricos I", Universidad Tecnológica de Pereira, Facultad de Ingeniería Eléctrica. 2003.
- [Gallego.2005] L. A. Gallego, "Planeamiento de la Expansión de Redes de Transmisión de Energía Eléctrica Considerando Contingencias", M.Sc Tesis, Universidad Tecnológica de Pereira, 2005.
- [Gómez.2009] A. Gómez-Expósito, A. J. Conejo, C. Cañizares, et al, "Electric Energy Systems, Analysis and Operation", CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009.
- [Han.2001] X. S. Han, H. B. Gooi, D. S. Kirschen, "Dynamic Economic Dispatch: Feasible and Optimal Solutions", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 16, No 1, Feb 2001.
- [Huang.2006] D. Huang, X. Han, X. Meng, Z. Guo, "Analysis of Nash Equilibrium Considering Multi-commodity Trade in Coupled Constraint Electricity Markets", *IEEE International Conference on Power Systems Technology*, 2006.
- [Kirschen.2004] D. Kirschen, G. Strbac, "Fundamentals of Power System Economics" Jhon Wiley & Sons, 2004.
- [Kong.2007] G. Kong, D Zhu, "An improved NIRA Algorithm of Nash Equilibrium and Its Application", *Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics*, pp 2580-2585, Jinan, China, Aug 2007.
- [Krawczyk.2006] J. Krawczyk, J. Zuccollo, "NIRA-3: An improved MATLAB package for finding Nash equilibria in infinite games", *MPRA Munich Personal RePEc Archive*, Paper No 1119. Dec 2006.
- [Krawczyk.2005] J.B Krawczyk, "Coupled constraint Nash Equilibrium in environmental games", *ELSEVIER, RESOURCE and ENERGY ECONOMICS* 27 pp 157-181, 2005.

- [Krawczyk.2000] J.B Krawczyk, S. Uryasev, "Relaxation Algorithms to find Nash Equilibria with economic applications", *Enviromental Modeling and Assesstment* 5, pp 65-73, 2000.
- [Liu.2006] J. D. Liu, T. T. Lie, K. L. Lo, " An Empirical Method of Dynamic Oligopoly Behavior Analysis in Electric Markets", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 21, No 2, pp 499-506. May 2006.
- [Mc Calley.2008] J. D McCalley, <http://home.eng.iastate.edu/~jdm/>; Harpole Professor of Electrical & Computer Engineering. 2008
- [Molina.2005] J. P.Molina, " Equilibrios de Nash-Cournot en Mercados Eléctricos Hidrotérmicos Considerando el Sistema de Transmisión", M.Sc Tesis, Universidad Santiago de Chile, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica, 2005.
- [Molina.2011] J.P Molina, J.M Zolezzi, J. Contreras, H Rudnick, M. J Reveco, "Nash-Cournot Equilibria in Hydrothermal Electricity Markets", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 26, No 3 pp 1085-1101, Aug 2011.
- [Monsalve.2002] S. Monsalve, A. Barrios, G. Junca, F. Lozano, O. L. Manrique, E. Villa, "Introducción a los conceptos de Equilibrios es Economía", Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Facultad de Ciencias Económicas, 2002.
- [Nikaido.1955] H. Nikaido, K. Isoda, "Note on noncooperative convex games", *Pacific Journal of Mathemathics* 5(Supp. 1), pp 807-815, 1955
- [Otero.2000] I. Otero-Novas, C. Meseguer, C. Batlle, J. J Alba, "A Simulation Model for a Competitive Generation Market", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 15, No 1 pp 250-256, Feb 2000.

- [Owen.1995] G. Owen, "Game Theory", Academic Press, 1.995
- [Shahidehpour.2002] M. Shahidehpour, H. Yamin, Z. Li, "Market Operation in Electric Power Systems", IEEE Press, Wiley Inter-Science, Wiley & Sons, 2002.
- [Somani.2008] A. Somani, L. Tesfatsion, "An Agent-Based Test Study of Wholesale Power Market Performance Measures", *IEEE Computational Intelligence Magazine*, pp 56-72, Nov 2008.
- [Stoft.2002] S. Stoft, "Power Systems Economics, Designing Markets for Electricity", IEEE Press, Wiley Inter-Science, Wiley & Sons, 2002
- [Tesser.2009] M. Tesser, A. Pagès, N. Nabona, " An Oligopoly Model for Medium-Term Power Planning in a Liberalized Electricity Market", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 24, No 1 pp 67-77, Feb 2009.
- [Uryas'ev.1994] S. Uryas'ev, R. Y. Rubinstein, "On Relaxation Algorithms in Computation of Noncooperative Equilibria", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 39, No 6, Jun 1994.
- [Varian.2005] H. R. Varian, "Intermediate Microeconomics: a Modern Approach", W. W Norton & Company. 2005.
- [Ventosa.2000] M. Ventosa, M. Rivier, A. Ramos, A. García-Alcalde, " An MCP Approach for Hydrothermal Coordination in Deregulated Power Markets", *Proceedings IEEE 2000 PES Summer Meeting*, Vol 4, pp 2272-2277, 2000.
- [Villar.2002] J. A. Villar Suárez, "Simulador De Un Mercado Hidrotérmico Utilizando Teoría de Juegos", M.Sc Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería, 2002.

- [Watts.1998] D. Watts Casimis, "Teoría de Juegos Aplicada al Mercado Eléctrico Chileno", M.Sc Tesis, Pontificia Universidad Católica de Chile, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrico, 1998.
- [Wood.1996] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, "Power Generation Operation and Control", John Wiley & Sons, 1996.

ANEXO A. Información sobre los casos de prueba simulados.

A.1 Introducción.

En esta sección se presentan los datos de los casos de prueba empleados en las simulaciones del capítulo 4.

A.2 Sistema de prueba del caso base.

El sistema de prueba presentado en esta sección es el empleado en las simulaciones para el caso 1 del capítulo 4, y al cual se le hacen las variaciones especificadas en los casos siguientes en el mismo capítulo.

Los datos de línea con una $S_{base} = 100\text{MVA}$ se presentan en la tabla A.1.

	ENVÍO	RECIBO	x (p.u)	CAPACIDAD (MW)
Línea 1	1	2	0.4	1000
Línea 2	1	4	0.6	1000
Línea 3	1	5	0.2	1000
Línea 4	2	3	0.2	1000
Línea 5	2	4	0.4	1000
Línea 6	2	6	0.075	1000
Línea 7	3	5	0.1	1000
Línea 8	4	6	0.15	1000

Tabla A.1. Datos de líneas

El diagrama unifilar respectivo se presenta en la figura A.1.

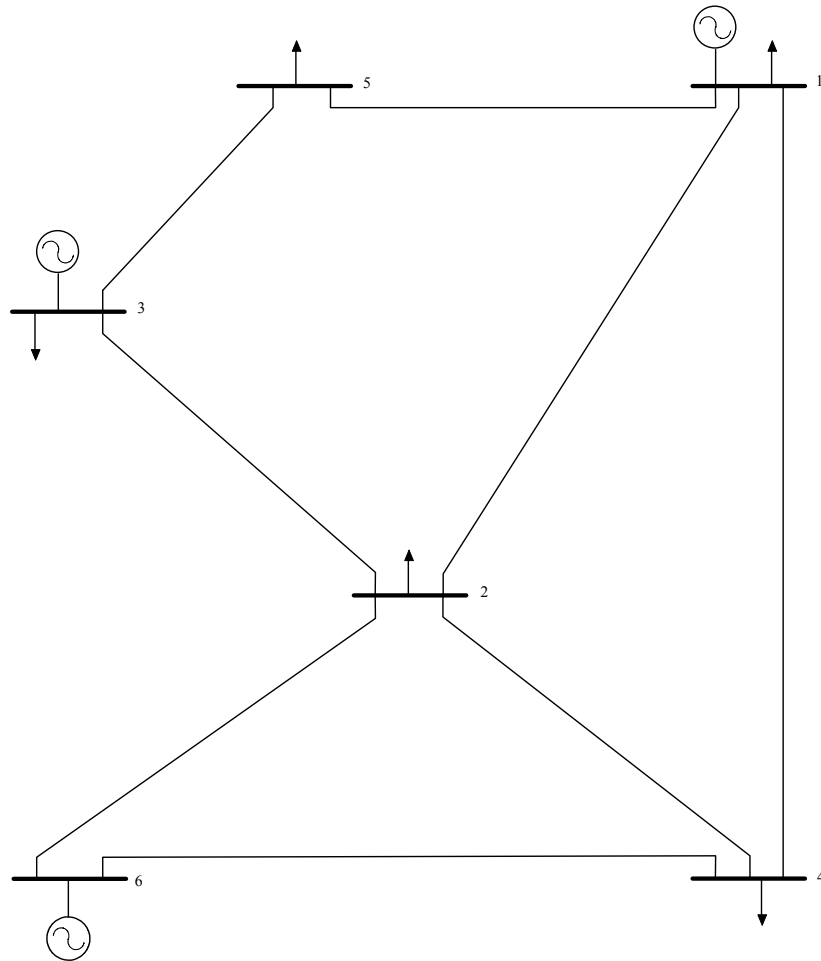


Figura A.1. Diagrama unifilar sistema de prueba.

El modelo cuenta con tres generadores, dos térmicos (1 y 3) y uno hidráulico, y tres firmas; los datos de generación y las firmas que los poseen se presentan en la tabla A.2, donde, UR representa la rampa de subida, y DR representa la rampa de bajada.

	FIRMA	NODO	Pmax(MW)	Pmin(MW)	UR(MW/h)	DR(MW/h)
Gen 1	1	1	250	0	1000	1000
Gen 2	2	3	360	0	1000	1000
Gen 3	3	6	600	0	1000	1000

Tabla A.2. Datos de generación.

Los generadores tienen costos marginales constantes para todas las horas, cada firma emplea el mismo tipo de máquina en todo el sistema, dichos costos se muestran en la tabla A.3.

	Gen1(U.S.\$/MWh)	Gen2(U.S.\$/MWh)	Gen3(U.S.\$/MWh)
Hora1	23	12	25
Hora2	23	12	25
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
Hora24	23	12	25

Tabla A.3. Costos marginales de generación.

Los datos sobre las cargas instaladas en los nodos se presentan en la tabla A.4.

NODO	CARGA(MW)
1	80
2	240
3	40
4	160
5	240
6	0

Tabla A.4. Datos de carga en los nodos.

Los factores de utilización o uso de la carga (demanda) para las diferentes horas se presentan en la tabla A.5.

horas	Factor de utilización $f_u(\%)$
[0,5]	50
(5,8]	60
(8,10]	80
(10,14]	90
(14,18]	70
(18,22]	90
(22,24]	60

Tabla A.5 Factor de utilización de la demanda durante el día.

Las curvas de demanda inversa en los nodos para las diferentes horas se obtienen a partir de las respectivas curvas de demanda, las cuales tienen una sensibilidad $\Delta q / \Delta p$;

y su intercepto en el eje de la cantidad (demanda) es el producto entre la carga instalada y el factor de utilización mostrados en las tablas A.4. y A.5 respectivamente. Los datos de sensibilidad de la demanda $\Delta q / \Delta p$ así como los parámetros a y b de curva de demanda inversa para las diferentes horas se presentan en la tabla A.6.

	a [\$/MWh]	b [(\$/MWh)/MWh]	$\Delta q / \Delta p$
Nodo1.hora1	80	2	0.5
Nodo1.hora2	80	2	0.5
Nodo1.hora3	80	2	0.5
Nodo1.hora4	80	2	0.5
Nodo1.hora5	80	2	0.5
Nodo1.hora6	106.67	2.22	0.45
Nodo1.hora7	106.67	2.22	0.45
Nodo1.hora8	106.67	2.22	0.45
Nodo1.hora9	188.24	2.94	0.34
Nodo1.hora10	188.24	2.94	0.34
Nodo1.hora11	257.14	3.57	0.28
Nodo1.hora12	257.14	3.57	0.28
Nodo1.hora13	257.14	3.57	0.28
Nodo1.hora14	257.14	3.57	0.28
Nodo1.hora15	143.59	2.56	0.39
Nodo1.hora16	143.59	2.56	0.39
Nodo1.hora17	143.59	2.56	0.39
Nodo1.hora18	143.59	2.56	0.39
Nodo1.hora19	257.14	3.57	0.28
Nodo1.hora20	257.14	3.57	0.28
Nodo1.hora21	257.14	3.57	0.28
Nodo1.hora22	257.14	3.57	0.28
Nodo1.hora23	106.67	2.22	0.45
Nodo1.hora24	106.67	2.22	0.45
Nodo2.hora1	240	2	0.5
Nodo2.hora2	240	2	0.5
Nodo2.hora3	240	2	0.5
Nodo2.hora4	240	2	0.5
Nodo2.hora5	240	2	0.5
Nodo2.hora6	320	2.22	0.45
Nodo2.hora7	320	2.22	0.45
Nodo2.hora8	320	2.22	0.45
Nodo2.hora9	564.71	2.94	0.34
Nodo2.hora10	564.71	2.94	0.34

Nodo2.hora11	771.43	3.57	0.28
Nodo2.hora12	771.43	3.57	0.28
Nodo2.hora13	771.43	3.57	0.28
Nodo2.hora14	771.43	3.57	0.28
Nodo2.hora15	430.77	2.56	0.39
Nodo2.hora16	430.77	2.56	0.39
Nodo2.hora17	430.77	2.56	0.39
Nodo2.hora18	430.77	2.56	0.39
Nodo2.hora19	771.43	3.57	0.28
Nodo2.hora20	771.43	3.57	0.28
Nodo2.hora21	771.43	3.57	0.28
Nodo2.hora22	771.43	3.57	0.28
Nodo2.hora23	320	2.22	0.45
Nodo2.hora24	320	2.22	0.45
Nodo3.hora1	40	2	0.5
Nodo3.hora2	40	2	0.5
Nodo3.hora3	40	2	0.5
Nodo3.hora4	40	2	0.5
Nodo3.hora5	40	2	0.5
Nodo3.hora6	53.33	2.22	0.45
Nodo3.hora7	53.33	2.22	0.45
Nodo3.hora8	53.33	2.22	0.45
Nodo3.hora9	94.12	2.94	0.34
Nodo3.hora10	94.12	2.94	0.34
Nodo3.hora11	128.57	3.57	0.28
Nodo3.hora12	128.57	3.57	0.28
Nodo3.hora13	128.57	3.57	0.28
Nodo3.hora14	128.57	3.57	0.28
Nodo3.hora15	71.79	2.56	0.39
Nodo3.hora16	71.79	2.56	0.39
Nodo3.hora17	71.79	2.56	0.39
Nodo3.hora18	71.79	2.56	0.39
Nodo3.hora19	128.57	3.57	0.28
Nodo3.hora20	128.57	3.57	0.28
Nodo3.hora21	128.57	3.57	0.28
Nodo3.hora22	128.57	3.57	0.28
Nodo3.hora23	53.33	2.22	0.45
Nodo3.hora24	53.33	2.22	0.45
Nodo4.hora1	160	2	0.5
Nodo4.hora2	160	2	0.5

Nodo4.hora3	160	2	0.5
Nodo4.hora4	160	2	0.5
Nodo4.hora5	160	2	0.5
Nodo4.hora6	213.33	2.22	0.45
Nodo4.hora7	213.33	2.22	0.45
Nodo4.hora8	213.33	2.22	0.45
Nodo4.hora9	376.47	2.94	0.34
Nodo4.hora10	376.47	2.94	0.34
Nodo4.hora11	514.29	3.57	0.28
Nodo4.hora12	514.29	3.57	0.28
Nodo4.hora13	514.29	3.57	0.28
Nodo4.hora14	514.29	3.57	0.28
Nodo4.hora15	287.18	2.56	0.39
Nodo4.hora16	287.18	2.56	0.39
Nodo4.hora17	287.18	2.56	0.39
Nodo4.hora18	287.18	2.56	0.39
Nodo4.hora19	514.29	3.57	0.28
Nodo4.hora20	514.29	3.57	0.28
Nodo4.hora21	514.29	3.57	0.28
Nodo4.hora22	514.29	3.57	0.28
Nodo4.hora23	213.33	2.22	0.45
Nodo4.hora24	213.33	2.22	0.45
Nodo5.hora1	240	2	0.5
Nodo5.hora2	240	2	0.5
Nodo5.hora3	240	2	0.5
Nodo5.hora4	240	2	0.5
Nodo5.hora5	240	2	0.5
Nodo5.hora6	320	2.22	0.45
Nodo5.hora7	320	2.22	0.45
Nodo5.hora8	320	2.22	0.45
Nodo5.hora9	564.71	2.94	0.34
Nodo5.hora10	564.71	2.94	0.34
Nodo5.hora11	771.43	3.57	0.28
Nodo5.hora12	771.43	3.57	0.28
Nodo5.hora13	771.43	3.57	0.28
Nodo5.hora14	771.43	3.57	0.28
Nodo5.hora15	430.77	2.56	0.39
Nodo5.hora16	430.77	2.56	0.39
Nodo5.hora17	430.77	2.56	0.39
Nodo5.hora18	430.77	2.56	0.39

Nodo5.hora19	771.43	3.57	0.28
Nodo5.hora20	771.43	3.57	0.28
Nodo5.hora21	771.43	3.57	0.28
Nodo5.hora22	771.43	3.57	0.28
Nodo5.hora23	320	2.22	0.45
Nodo5.hora24	320	2.22	0.45

Tabla A.6. Datos de las curvas de demanda inversa.

Los datos sobre los ángulos en las barras para todo t se presentan en la tabla A.7, en donde el ángulo de referencia es el nodo 1.

NODO	$\theta_{\min}(\text{rad})$	$\theta_{\max}(\text{rad})$
1	0	0
2	-0.35	0.35
3	-0.35	0.35
4	-0.35	0.35
5	-0.35	0.35
6	-0.35	0.35

Tabla A.7. Datos de ángulos en los nodos.

A.3 Sistema de prueba caso 6.

El sistema simulado en el caso 6 es una variación del empleado para el caso 1 o caso base, descrito en la sección A.2; las modificaciones realizadas las cuales tienen que ver con la capacidad de transmisión de las líneas; y la capacidad de las unidades de generación se presentan en las tablas A.8 y A.9 respectivamente.

	ENVÍO	RECIBO	x (p.u)	CAPACIDAD (MW)
Línea 1	1	2	0.4	150
Línea 2	1	4	0.6	150
Línea 3	1	5	0.2	150
Línea 4	2	3	0.2	150
Línea 5	2	4	0.4	150
Línea 6	2	6	0.075	100
Línea 7	3	5	0.1	100
Línea 8	4	6	0.15	150

Tabla A.8. Datos de líneas caso 6.

	FIRMA	NODO	Pmax(MW)	Pmin(MW)	UR(MW/h)	DR(MW/h)
Gen 1	1	1	150	0	20	30
Gen 2	2	3	360	0	1000	1000
Gen 3	3	6	600	0	30	40

Tabla A.9. Datos de generación caso 6.